

Literatura

Brunarski L., Kwieciński M., Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności, Wyd. PW, Warszawa 1984.

Paluch M., Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami, Wydawnictwo PK, Kraków 2006.

Fung Y. C., Podstawy mechaniki ciała stałego, PWN, Warszawa 1969.

Gawęcki A., Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych, Wyd. Polit. Poznańskiej, Poznań 1998.

Nowacki W., Teoria sprężystości, PWN, Warszawa 1973.

Nowacki W., Dźwigary powierzchniowe, PWN, Warszawa 1979.

Dąbrowski O., Teoria dźwigarów powierzchniowych, Wyd. Polit. Wrocławskiej, 1987.

Kączkowski Z., Płyty. Obliczenia statyczne, Arkady, Warszawa 1980.

Plan wykładu

Wykład 1

1. Podstawy teorii sprężystości
 - 1.1. Zapis wskaźnikowy (indeksowy)
 - 1.2. Podstawowe symbole i oznaczenia
 - 1.3. Tensor naprężenia
 - 1.4. Równia równowagi

Przykład 1 Dane są składowe tensora naprężenia. Wyznaczyć składowe sił objętościowych

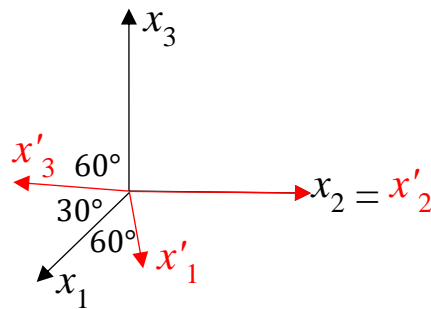
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 3x_1x_2 & 5x_2^2 & 0 \\ 5x_2^2 & 0 & 2x_3 \\ 0 & 2x_3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} -13x_2 \\ -2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Wykład 2

- 1.5. Kinetyczne (naprężeniowe) warunki brzegowe
- 1.6. Transformacja współrzędnych tensora naprężenia

Przykład 2 Dane są składowe σ w układzie $\{x_i\}$. Wyznaczyć składowe tego samego tensora σ' wyrażone w układzie $\{x'_i\}$.

$$\{x_i\} \xrightarrow{\text{obrót o } 60^\circ \text{ wokół osi } x_2} \{x'_i\}.$$



$$\sigma = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma' = \begin{bmatrix} -0.366 & 0 & 0.366 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.366 & 0 & 2.366 \end{bmatrix}$$

1.7. Niezmienniki tensora naprężenia

Przykład 3 Wyznaczyć niezmienniki dla obu reprezentacji tensora naprężenia: σ i σ' z Przykładu 2

$$I_\sigma = 2, \quad II_\sigma = -1, \quad III_\sigma = 0$$

$$I_{\sigma'} = 2.000, \quad II_{\sigma'} = -1.000, \quad III_{\sigma'} = 0$$

1.8. Naprężenia główne i kierunki główne

Przykład 4 Wyznaczyć naprężenia i kierunki główne tensora σ z Przykładu 2.

$$\sigma_1 = 2.414 \geq \sigma_2 = 0 \geq \sigma_3 = -0.414$$

$$\mathbf{n}^1 = \begin{Bmatrix} 0.924 \\ 0 \\ 0.383 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{n}^2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{n}^3 = \begin{Bmatrix} 0.383 \\ 0 \\ -0.924 \end{Bmatrix}$$

Przykład 5 Ze wzorów transformacyjnych wyznaczyć naprężenie główne σ_1 dla danych z Przykładu 4.

$$\sigma_1 = (\mathbf{n}^1)^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}^1 = 2.415$$

Przykład 6 Uprościć ogólne związki 3D do równań dla zagadnienia 2D

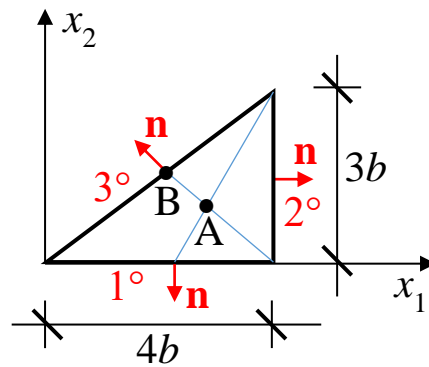
Wykład 3

- 1.9. Tensory odkształcenia
- 1.10. Równania nierozdzielności odkształceń
- 1.11. Związki fizyczne (prawo Hooke'a)
- 1.12. Bilans równań teorii sprężystości
- 1.13. Równania Lamé
- 1.14 Równania Beltramiego-Mitchella

Wykład 4

2. Płaskie zagadnienia teorii sprężystości
 - 2.1. Płaski stan odkształcenia (PSO)
 - 2.2. Płaski stan naprężenia (PSN)
 - 2.3. Funkcja naprężeń Airy'ego dla stanów płaskich

Przykład 7 Wyznaczyć stałą C dla funkcji Airy'ego Φ . Wyznaczyć naprężenia w środku ciężkości (punkt A). Wyznaczyć rozkład obciążeń powierzchniowych, podać ich wartość w środku krawędzi ukośnej (punkt B).

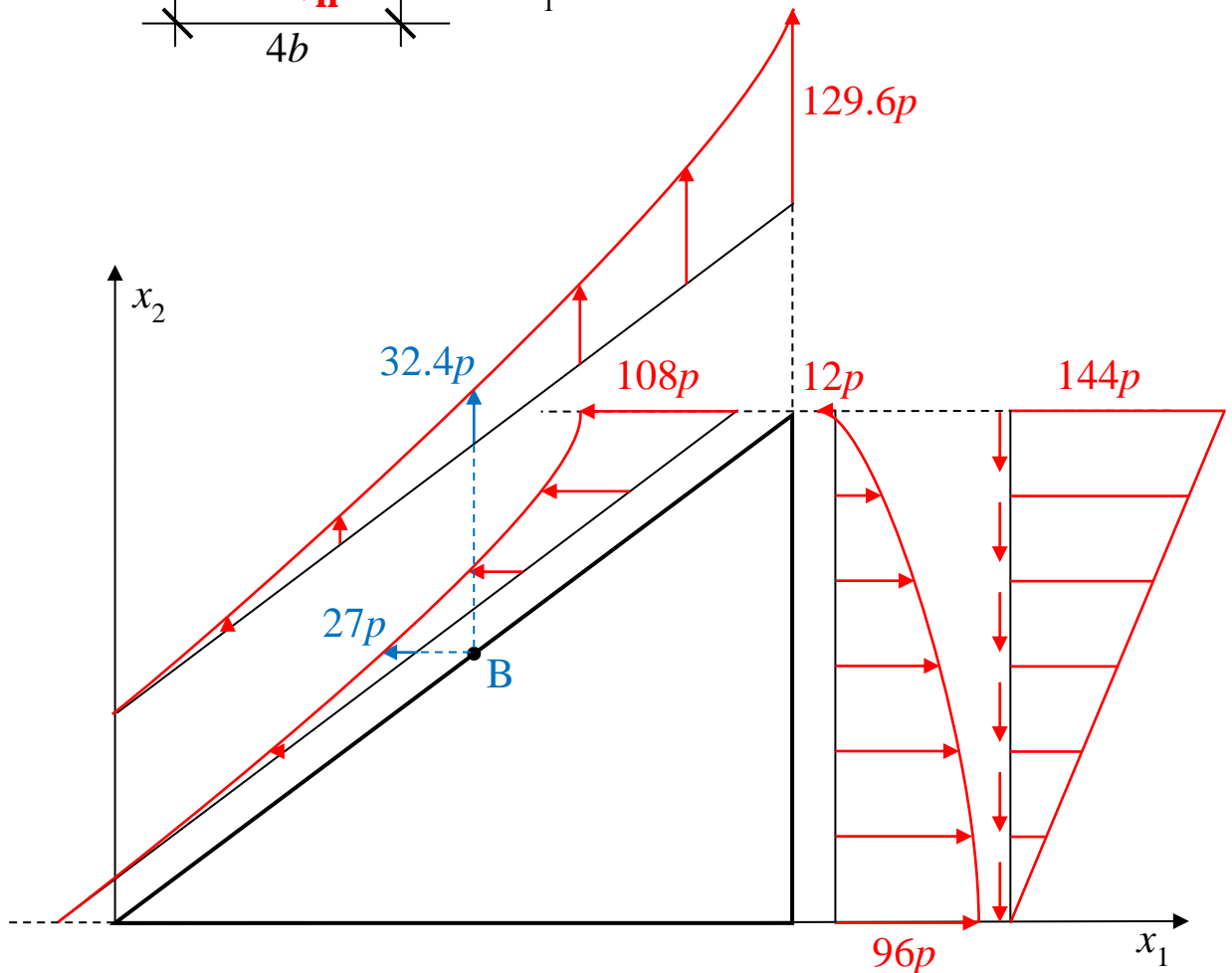


$$\Phi = \frac{p}{b^2} (Cx_2^4 + 3x_1^2x_2^2)$$

$$\Downarrow$$

$$C = -1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^A = \frac{92p}{3} \sigma_{22}^A = 6p\sigma_{12}^A = -32p \end{array} \right.$$



Wykład 5

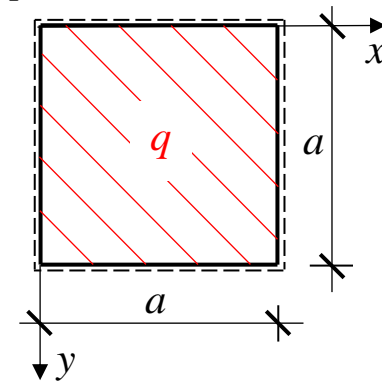
3. Płyty cienkie

- 3.1. Definicje i założenia
- 3.2. Przemieszczenia i odkształcenia
- 3.3. Naprężenia i siły przekrojowe
- 3.4. Równania równowagi płyty
- 3.5. Warunki brzegowe

Wykład 6

- 3.6. Podstawowe równania w zapisie klasycznym
- 3.7. Płyta prostokątna swobodnie podparta (rozwiązanie Naviera)

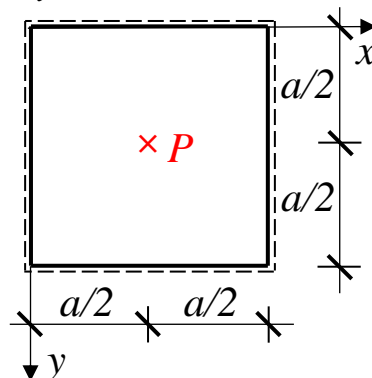
Przykład 8 Płyta kwadratowa obciążona równomiernie na całej powierzchni



$$w\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right) = 0.004062 \frac{qa^4}{D}$$

$$\nu = \frac{1}{6} \Rightarrow M_x\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right) = 0.04297qa^2$$

Przykład 9 Płyta kwadratowa obciążona siłą skupioną w środku

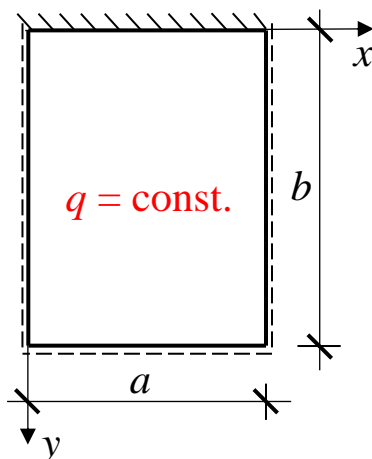


$$w\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right) = 0.01160 \frac{Pa^2}{D}$$

$$M_x\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right) = \infty$$

3.8. Płyta prostokątna swobodnie podparta na dwóch przeciwległych krawędziach (rozwiązanie Levy'ego)

Przykład 10 Płyta prostokątna ze stałym obciążeniem. Utwierdzenie i podparcie swobodne na krawędziach poziomych



Wykład 7

4. Podstawy teorii plastyczności i nośności granicznej

4.1. Modele fizyczne materiałów

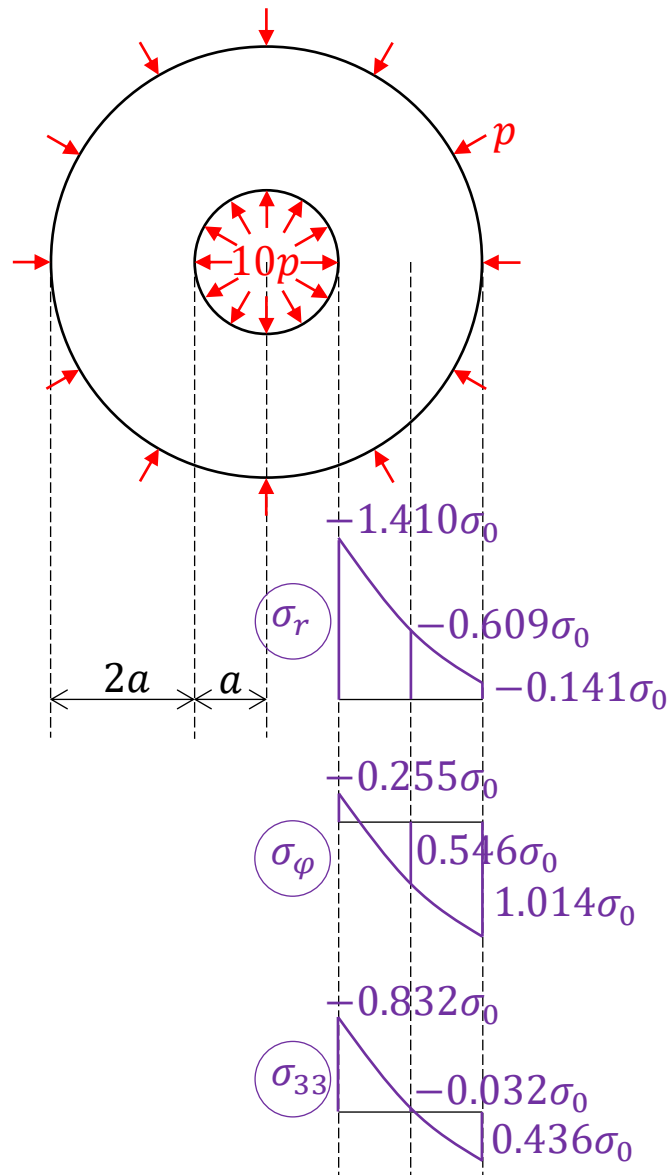
4.2. Warunki plastyczności

4.3. Warunki plastyczności w płycie

4.4. Równania teorii plastyczności

4.5. Związki fizyczne w stanie plastycznym

Przykład 11 Zadanie Lamé (c. d.). Grubościana rura metalowa
 ($\nu = 0.3$) w płaskim stanie odkształcenia, z warunkiem
 Hubera-Misesa-Hencky'ego i związkami fizycznymi
 Hencky'ego-Iljuszyna

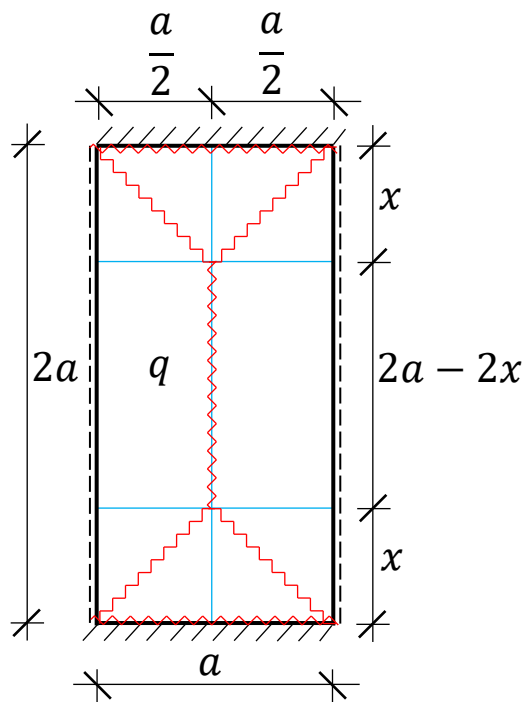


Wykład 8

4.6. Definicje i twierdzenia teorii nośności granicznej

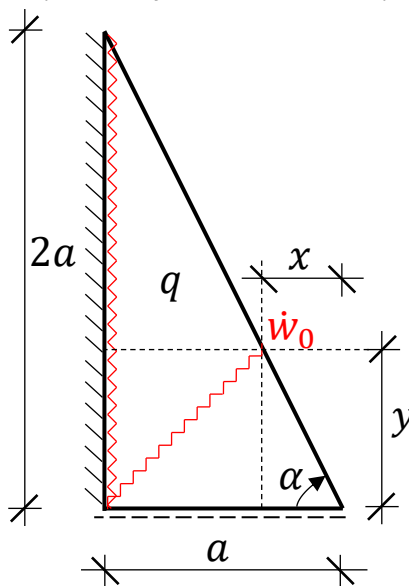
4.7. Metoda kinematyczna oszacowania nośności granicznej płyt

Przykład 12 Płyta prostokątna ze stałym obciążeniem



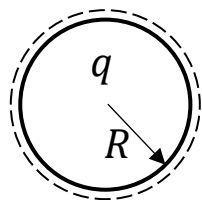
$$q_{gr} = 17.72 \frac{M_0}{a^2}$$

Przykład 13 Płyta trójkątna ze stałym obciążeniem



$$q_{gr} = 14.48 \frac{M_0}{a^2}$$

Przykład 14 Płyta kołowa ze stałym obciążeniem



$$q_{gr} = \frac{6M_0}{R^2}$$

Wykład 9

Sprawdzian

Wykład 10

Poprawa sprawdzianu. Dla studentów niezadowolonych z oceny uzyskanej na pierwszym sprawdzianie.