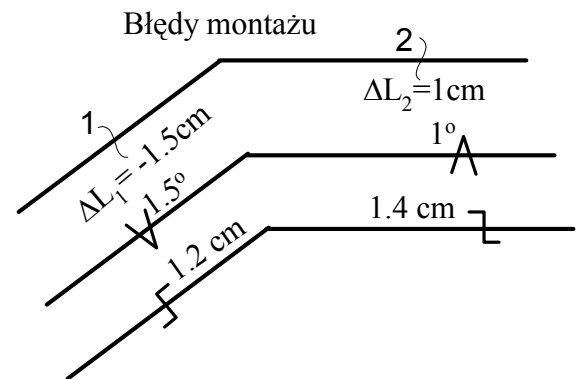
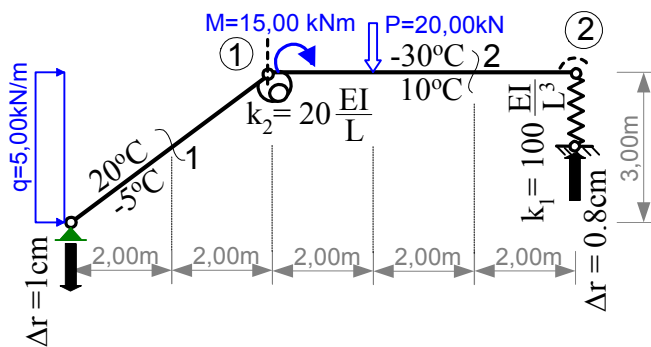


OBLICZENIE PRZEMIESZCZEŃ W RAMIE PŁASKIEJ IZOSTATYCZNEJ

Dana jest rama jak na rysunku.

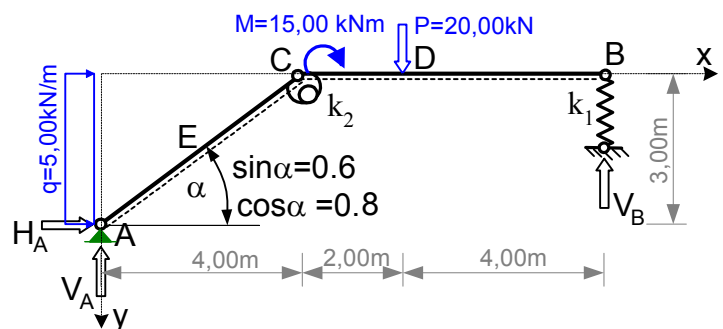


Sporządzić wykresy sił przekrojowych od danego obciążenia siłami oraz od obciążeń jednostkowych przyłożonych w miejscach szukanych przemieszczeń. Zaprojektować wstępnie przekroje prętów. Obliczyć zaznaczone przemieszczenia od danego obciążenia siłami, od zmiany temperatury oraz od błędów montażu i przemieszczeń podpór. W obliczeniach potraktować dane wartości obciążenia siłami jako charakterystyczne, przyjmując średni współczynnik obciążenia $\gamma_f = 1.2$, wytrzymałość obliczeniową stali $f_d = 215 \text{ MPa}$, współczynnik sprężystości podłużnej $E = 205 \text{ GPa}$, współczynnik sprężystości poprzecznej $G = 80 \text{ GPa}$ i współczynnik rozszerzalności termicznej $\alpha_T = 0.000012 / ^\circ \text{C}$.

1 ROZWIĄZANIE RAMY OD DANEGO OBCIĄŻENIA SIŁAMI F = (M, P, Q)

Uwaga: Liniami przerywanymi wzdłuż osi prętów wyróżniono włókna do znakowania momentów zginających.

Wszystkim wielkościom z tego rozwiązania przypisujemy indeks górny F, gdyż zostały wywołane obciążeniem oznaczonym symbolem F



Wyznaczenie reakcji podpór.

$$\begin{aligned} \sum M_A &= -V_B \cdot 10m + P \cdot 6m + M + q \cdot 3m \cdot 3m / 2 = 0 & \Rightarrow \\ -V_B \cdot 10m + 20kN \cdot 6m + 15kNm + 5kN/m \cdot 3m \cdot 3m / 2 &= 0 & \Rightarrow V_B = 15.75kN, \\ \sum Y &= -V_A - V_B + P = 0 & \Rightarrow -V_A - 15.75kN + 20kN = 0 & \Rightarrow V_A = 4.25kN, \\ \sum X &= H_A + q \cdot 3m = 0 & \Rightarrow H_A + 5kN/m \cdot 3m = 0 & \Rightarrow H_A = -15.00kN. \end{aligned}$$

Kontrola $\sum M_B = -H_A \cdot 3m + V_A \cdot 10m - P \cdot 4m + M - q \cdot 3m \cdot 3m / 2 =$
 $= (15 \cdot 3 + 4.25 \cdot 10 - 20 \cdot 4 + 15 - 5 \cdot 3 \cdot 3 / 2) kNm = 0$

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

$$M_{AC} = 0,$$

$$M_E = V_A \cdot 2m - H_A \cdot 1.5m - q \cdot 1.5m \cdot 1.5m / 2 =$$

$$= 4.25kN \cdot 2m + 15kN \cdot 1.5m - 5kN/m \cdot 1.5m \cdot 1.5m / 2 = 25.375kNm,$$

$$M_{CA} = V_A \cdot 4m - H_A \cdot 3m - q \cdot 3m \cdot 3m / 2 = 4.25 \cdot 4m + 15kN \cdot 3m - 5kN/m \cdot 3m \cdot 3m / 2 = 39.50kNm,$$

$$M_{CD} = M_{CA} + M = 39.5kNm + 15kNm = 54.50kNm,$$

$$M_D = V_B \cdot 4m = 15.75kN \cdot 4m = 63.00kNm,$$

$$M_{BD} = 0,$$

Rzędne środkowe momentów zginających dla przedziału CD i DB obliczono jako średnie arytmetyczne z wartości brzegowych.

$$M_{S,CD} = (M_{C,CD} + M_D) / 2 = (54.5 + 63) / 2 \cdot kNm = 58.75kNm,$$

$$M_{S,DB} = (M_D + M_B) / 2 = (63 + 0) / 2 \cdot kNm = 31.50kNm$$

$$V_{AC} = V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha = (4.25 \cdot 0.8 + 15 \cdot 0.6) \text{kN} = 12.40 \text{kN},$$

$$N_{AC} = -V_A \cdot \sin \alpha - H_A \cdot \cos \alpha = (-4.25 \cdot 0.6 + 15 \cdot 0.8) \text{kN} = 9.45 \text{kN},$$

$$V_{CA} = V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha - q \cdot 3\text{m} \cdot \sin \alpha = (4.25 \cdot 0.8 + 15 \cdot 0.6 - 5 \cdot 3 \cdot 0.6) \text{kN} = 3.40 \text{kN},$$

$$N_{CA} = -V_A \cdot \sin \alpha - H_A \cdot \cos \alpha - q \cdot 3\text{m} \cdot \cos \alpha = (-4.25 \cdot 0.6 + 15 \cdot 0.8 - 5 \cdot 3 \cdot 0.8) \text{kN} = -2.55 \text{kN},$$

$$V_{CD} = P - V_B = 20 \text{kN} - 15.75 \text{kN} = 4.25 \text{kN}, \quad V_{DB} = -V_B = -15.75 \text{kN}, \quad N_{CB} = 0.$$

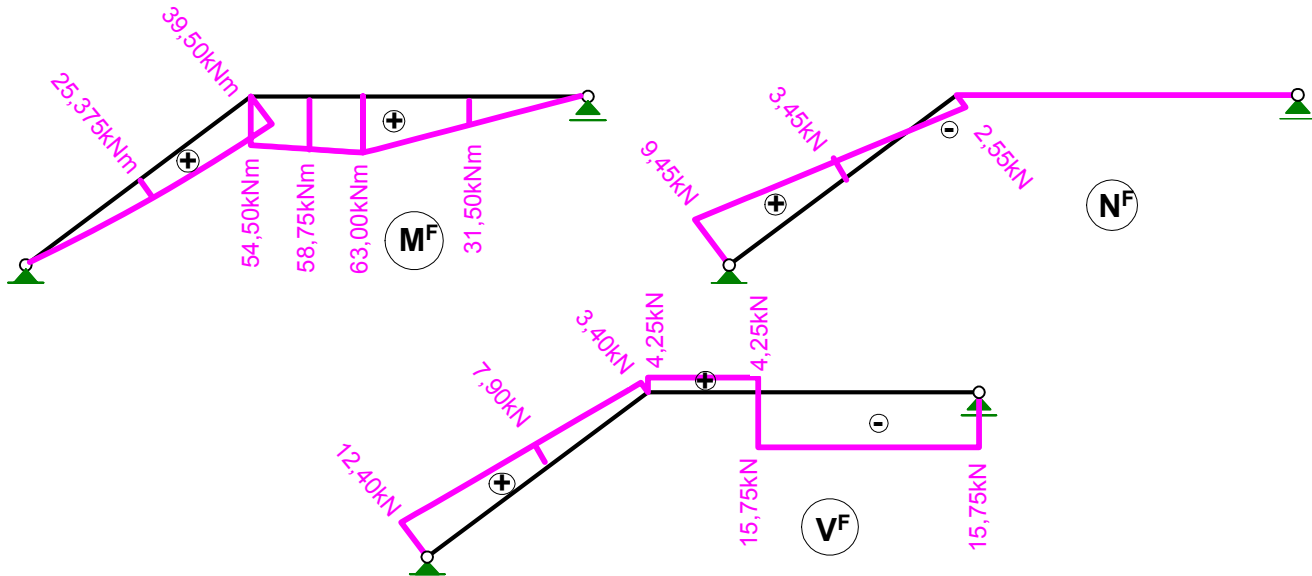
Siła podłużna w więzi sprężystej nr 1:

$$S_1^F = -V_B = -15.75 \text{kN}$$

Moment zginający w więzi sprężystej nr 2:

$$S_2^F = M_{C,AC} = 39.50 \text{kNm}$$

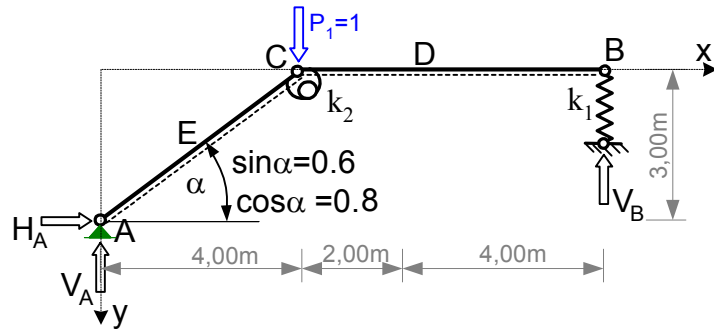
Wykresy sił przekrojowych



2 ROZWIĄZANIE RAMY OD OBCIĄŻENIA $P_1 = 1$

W celu wyznaczenia przesunięcia (w temacie kierunek nr 1 zaznaczony linią przerywaną) niezbędne jest rozwiązanie ramy od obciążenia siłą jednostkową przyłożoną w miejscu i kierunku szukanego przemieszczenia.

Uwaga: Wszystkim wielkościom z tego rozwiązania przypisujemy indeks górny gdyż zostały wywołane obciążeniem oznaczonym numerem 1



Wyznaczenie reakcji podpór.

$$\sum M_A = -V_B \cdot 10\text{m} + 1 \cdot 4\text{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = 0.40,$$

$$\sum Y = -V_A - V_B + P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 0.60,$$

$$\sum X = H_A = 0 \quad \Rightarrow \quad H_A = 0.$$

Kontrola $\sum M_B = -H_A \cdot 3\text{m} + V_A \cdot 10\text{m} - P_1 \cdot 6\text{m} = (-0 \cdot 3 + 0.6 \cdot 10 - 1 \cdot 6) \text{m} = 0$

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

$$M_A = 0, \quad M_C = V_A \cdot 4\text{m} - H_A \cdot 3\text{m} = 2.40\text{m},$$

$$M_D = V_B \cdot 4\text{m} = 1.60\text{m}, \quad M_B = 0,$$

$$V_{AC} = V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha = 0.48, \quad N_{AC} = -V_A \cdot \sin \alpha - H_A \cdot \cos \alpha = -0.36,$$

$$V_{CB} = -V_B = -0.40, \quad N_{CB} = 0.$$

$$M_E = M_{S,AC} = (M_A + M_C) / 2 = (0 + 2.4) / 2 \cdot \text{m} = 1.20\text{m},$$

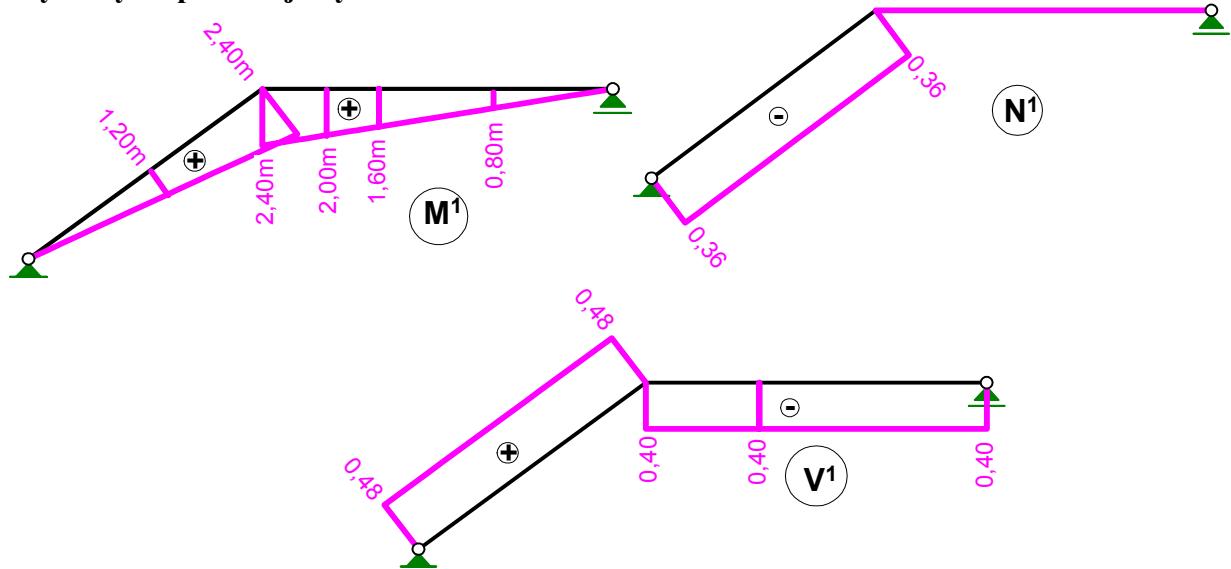
$$M_{S,CD} = (M_C + M_D) / 2 = (2.4 + 1.6) / 2 \cdot m = 2.00m,$$

$$M_{S,DB} = (M_D + M_B) / 2 = (1.6 + 0) / 2 \cdot m = 0.80m$$

Siła podłużna w więzi sprężystej nr 1: $S_1^1 = -V_B = -0.40$

Moment zginający w więzi sprężystej nr 2: $S_2^1 = M_C = 2.40m$

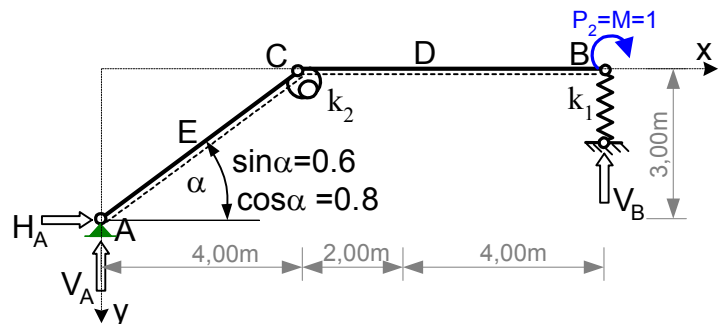
Wykresy sił przekrojowych.



3 ROZWIĄZANIE RAMY OD OBCIĄŻENIA $P_2 = 1$

W celu wyznaczenia kąta obrotu (w temacie kierunek nr 2 zaznaczony łukiem z linii przerywanej) niezbędne jest rozwiązanie ramy od obciążenia jednostkowym momentem przyłożonym w miejscu szukanego kąta obrotu.

Uwaga: Wszystkim wielkościom z tego rozwiązania przypisujemy indeks górny 2, gdyż zostały wywołane obciążeniem oznaczonym numerem 2



Wyznaczenie reakcji podpór.

$$\sum M_A = -V_B \cdot 10m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 0.10 / m,$$

$$\sum Y = -V_A - V_B = 0$$

$$\Rightarrow V_A = -0.10 / m,$$

$$\sum X = H_A = 0$$

$$\Rightarrow H_A = 0.$$

Kontrola $\sum M_B = -H_A \cdot 3m + V_A \cdot 10m + P_2 = -0 \cdot 3 - 0.1 \cdot 10 + 1 = 0$

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

$$M_A = 0,$$

$$M_C = V_A \cdot 4m - H_A \cdot 3m = -0.40,$$

$$M_D = V_B \cdot 4m - 1 = -0.60,$$

$$M_B = 0,$$

$$V_{AC} = V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha = -0.08 / m,$$

$$N_{AC} = -V_A \cdot \sin \alpha - H_A \cdot \cos \alpha = 0.06 / m,$$

$$V_{CB} = -V_B = -0.10 / m,$$

$$N_{CB} = 0.$$

$$M_E = M_{S,AC} = (M_A + M_C) / 2 = (0 - 0.4) / 2 = -0.20,$$

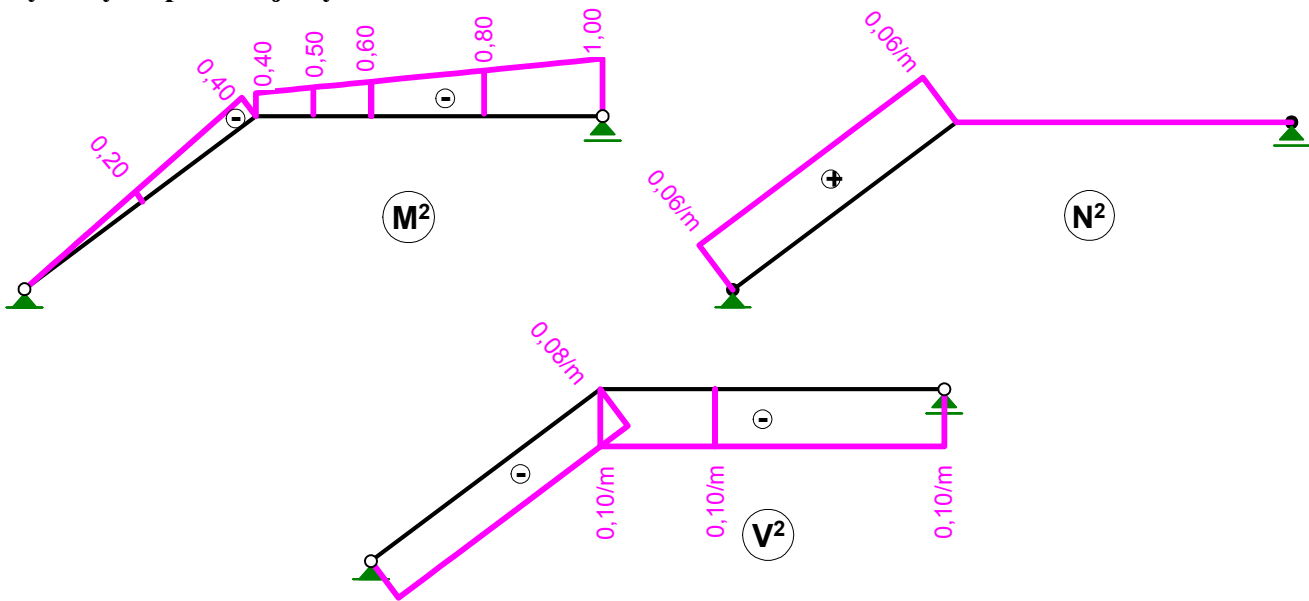
$$M_{S,CD} = (M_C + M_D) / 2 = (-0.4 - 0.6) / 2 = -0.50,$$

$$M_{S,DB} = (M_D + M_B) / 2 = (-0.6 - 1) / 2 = -0.80$$

Siła podłużna w więzi sprężystej nr 1: $S_1^2 = -V_B = -0.10 / m$

Moment zginający w więzi sprężystej nr 2: $S_2^2 = M_C = -0.40$

Wykresy sił przekrojowych



4 PROJEKTOWANIE WSTĘPNE PRZEKROJÓW PRĘTÓW

Pręt AC Potrzebny wskaźnik wytrzymałości na zginanie

$$W \geq \frac{\max|M| \cdot \gamma_f}{f_d} = \frac{39.5 \text{ kNm} \cdot 1.2}{215000 \text{ kN/m}^2} = 0.0002205 \text{ m}^3 = 202.5 \text{ cm}^3$$

Przyjęto I 220 \Rightarrow $W = 278.18 \text{ cm}^3$, $I = 3060 \text{ cm}^4$, $A = 39.6 \text{ cm}^2$
 $EI_{AC} = 205000000 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.00003060 \text{ m}^4 = 6273 \text{ kNm}^2$
 $EA_{AC} = 205000000 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.00396 \text{ m}^2 = 811800 \text{ kN}$
 $GA_{AC} = 80000000 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.00396 \text{ m}^2 = 316800 \text{ kN}$

Pole powierzchni środnika $A_{w_{AC}} = (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w = (22 \text{ cm} - 2 \cdot 1.22 \text{ cm}) \cdot 0.81 \text{ cm} = 15.84 \text{ cm}^2$

Parametr kształtu przekroju przy ścinaniu $\kappa_{AC} = 39.6 \text{ cm}^2 / 15.84 \text{ cm}^2 = 2.50$

Pręt CB $W \geq \frac{\max|M| \cdot \gamma_f}{f_d} = \frac{63 \text{ kNm} \cdot 1.2}{215000 \text{ kN/m}^2} = 0.0003516 \text{ m}^3 = 351.6 \text{ cm}^3$

Przyjęto I 240 \Rightarrow $W = 354 \text{ cm}^3$, $I = 4250 \text{ cm}^4$, $A = 46.1 \text{ cm}^2$
 $EI_{CB} = 205000000 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.00004250 \text{ m}^4 = 8712.5 \text{ kNm}^2$
 $EA_{CB} = 205000000 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.00461 \text{ m}^2 = 945050 \text{ kN}$
 $GA_{AC} = 80000000 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.00461 \text{ m}^2 = 368800 \text{ kN}$

$A_{w_{CB}} = (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w = (24 \text{ cm} - 2 \cdot 1.31 \text{ cm}) \cdot 0.87 \text{ cm} = 18.60 \text{ cm}^2$
 $\kappa_{CB} = 46.1 \text{ cm}^2 / 18.60 \text{ cm}^2 = 2.48$

Sztywności więzi sprężystych

Ponieważ w warunkach zadania nie określono, dla którego pręta przyjmując $\frac{EI}{L}$ i $\frac{EI}{L^3}$, można wybrać

dowolnie. Przyjmujemy jak dla pręta CB. Sztywność więzi sprężystych wynoszą:

translacyjnej $k_1 = 100 \cdot \frac{EI}{L^3} = 100 \cdot \frac{EI_{CB}}{L_{CB}^3} = 100 \cdot \frac{8712.5 \text{ kNm}^2}{(6 \text{ m})^3} = 4034 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

rotacyjnej $k_2 = 20 \cdot \frac{EI}{L} = 20 \cdot \frac{EI_{CB}}{L_{CB}} = 20 \cdot \frac{8712.5 \text{ kNm}^2}{6 \text{ m}} = 29042 \text{ kNm}$

5 OBLICZENIE SZUKANYCH PRZEMIESZCZEŃ OD OBCIĄŻENIA SIŁAMI

Przemieszczenia obliczono na podstawie wzorów:

$$\Delta_{1F} = \int \frac{M^1 \cdot M^F}{EI} dx + \sum_s \frac{S_s^1 \cdot S_s^F}{k_s}, \quad \Delta_{2F} = \int \frac{M^2 \cdot M^F}{EI} dx + \sum_s \frac{S_s^2 \cdot S_s^F}{k_s}$$

Do obliczenia powyższych całek zastosowano wzór Simpsona lub Mohra. W tym celu (ze względu na charakter wykresów momentów zginających) przedstawiono je w postaci sum 3 całek odpowiadających poszczególnym przedziałom, w których funkcje podcałkowe spełniają założenia umożliwiające zastosowanie odpowiedniego wzoru.

Przesunięcie:

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \frac{1}{EI_{AC}} \int_{AC} M^1 \cdot M^F \cdot dx + \frac{1}{EI_{CD}} \int_{CD} M^1 \cdot M^F \cdot dx + \frac{1}{EI_{DB}} \int_{DB} M^1 \cdot M^F \cdot dx + \frac{S_1^1 \cdot S_1^F}{k_1} + \frac{S_2^1 \cdot S_2^F}{k_2} = \\ &= \frac{1}{6273 \text{ kNm}^2} \cdot \frac{5 \text{ m}}{6} \cdot [0 + 4 \cdot 25.375 \text{ kNm} \cdot 1.2 \text{ m} + 39.5 \text{ kNm} \cdot 2.4 \text{ m}] + \\ &\frac{1}{8712.5 \text{ kNm}^2} \cdot \frac{2 \text{ m}}{6} \cdot [54.5 \cdot 2.4 + 4 \cdot 58.75 \cdot 2 + 63 \cdot 1.6] \text{ kNm}^2 + \\ &+ \frac{1}{8712.5 \text{ kNm}^2} \cdot \frac{4 \text{ m}}{6} \cdot [63 \cdot 1.6 + 4 \cdot 31.5 \cdot 0.8 + 0] \text{ kNm}^2 + \frac{-0.4 \cdot (-15.75 \text{ kN})}{4034 \text{ kN/m}} + \frac{2.4 \text{ m} \cdot 39.5 \text{ kNm}}{29042 \text{ kNm}} = 0.0759 \text{ m} \end{aligned}$$

Kąt obrotu:

$$\begin{aligned} \Delta_{2F} &= \frac{1}{EI_{AC}} \int_{AC} M^2 \cdot M^F \cdot dx + \frac{1}{EI_{CD}} \int_{CD} M^2 \cdot M^F \cdot dx + \frac{1}{EI_{DB}} \int_{DB} M^2 \cdot M^F \cdot dx + \frac{S_1^2 \cdot S_1^F}{k_1} + \frac{S_2^2 \cdot S_2^F}{k_2} = \\ &= \frac{1}{6273 \text{ kNm}^2} \cdot \frac{5 \text{ m}}{6} \cdot [0 + 4 \cdot 25.375 \text{ kNm} \cdot (-0.2) + 39.5 \text{ kNm} \cdot (-0.4)] + \\ &+ \frac{1}{8712.5 \text{ kNm}^2} \cdot \frac{2 \text{ m}}{6} \cdot [54.5 \cdot (-0.4) + 4 \cdot 58.75 \cdot (-0.5) + 63 \cdot (-0.6)] \text{ kNm} + \\ &\quad + \frac{1}{8712.5 \text{ kNm}^2} \cdot \frac{4 \text{ m}}{6} \cdot [63 \cdot (-0.6) + 4 \cdot 31.5 \cdot (-0.8) + 0 \cdot (-1)] \text{ kNm} + \\ &+ \frac{-0.1 \text{ m} \cdot (-15.75 \text{ kN})}{4034 \text{ kN/m}} + \frac{-0.4 \cdot 39.5 \text{ kNm}}{29042 \text{ kNm}} = -0.02233 = -0.02233 \text{ rad} = -0.02233 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = -1.279^\circ \end{aligned}$$

Uwaga: Należy zdawać sobie sprawę, że szukane przemieszczenia obliczono pomijając człony

$\int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} dx$ i $\int \frac{\kappa \cdot V^i \cdot V^F}{GA} dx$, które dla ram na ogół nie są istotne. Otrzymane wartości przemieszczeń są więc przybliżone. W celu sprawdzenia czy tak jest rzeczywiście obliczmy pominięte człony.

$$\begin{aligned} \Delta_{1F}(N) &= \int \frac{N^1 \cdot N^F}{EA} dx = \frac{1}{EA_{AC}} \int_{AC} N^1 \cdot N^F \cdot dx + \frac{1}{EA_{CB}} \int_{CB} N^1 \cdot N^F \cdot dx = \\ &= \frac{5 \text{ m}}{6 \cdot 811800 \text{ kN}} \cdot [9.45 \text{ kN} \cdot (-0.36) + 4 \cdot 3.45 \text{ kN} \cdot (-0.36) - 2.55 \text{ kN} \cdot (-0.36)] + 0 = \\ &= -0.0000076 \text{ m} = -0.00076 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1F}(V) &= \int \frac{\kappa \cdot V^1 \cdot V^F}{GA} dx = \frac{\kappa_{AC}}{GA_{AC}} \int_{AC} V^1 \cdot V^F \cdot dx + \frac{\kappa_{CD}}{GA_{CD}} \int_{CD} V^1 \cdot V^F \cdot dx + \frac{\kappa_{DB}}{GA_{DB}} \int_{DB} V^1 \cdot V^F \cdot dx = \\ &= \frac{5 \text{ m} \cdot 2.50}{6 \cdot 316800 \text{ kN}} \cdot [12.4 \text{ kN} \cdot 0.48 + 4 \cdot 7.9 \text{ kN} \cdot 0.48 + 3.4 \text{ kN} \cdot 0.48] + \\ &= \frac{2.48}{316800 \text{ kN}} \cdot [4.25 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} \cdot (-0.4) - 15.75 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} \cdot (-0.4)] = 0.0002962 \text{ m} = 0.02962 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\Delta_{1F}(V, N) = 0.02962 - 0.00076 \text{ cm} = 0.02886 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\Delta_{2F}(N) &= \int \frac{N^2 \cdot N^F}{EA} dx = \frac{1}{EA_{AC}} \int_{AC} N^2 \cdot N^F \cdot dx + \frac{1}{EA_{CB}} \int_{CB} N^2 \cdot N^F \cdot dx = \\ &= \frac{5m}{6 \cdot 811800kN} \cdot [9.45kN \cdot 0.06/m + 4 \cdot 3.45kN \cdot 0.06/m - 2.55kN \cdot 0.06/m] + 0 = 0.0000013\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_{2F}(V) &= \int \frac{\kappa \cdot V^2 \cdot V^F}{GA} dx = \frac{\kappa_{AC}}{GA_{AC}} \int_{AC} V^2 \cdot V^F \cdot dx + \frac{\kappa_{CD}}{GA_{CD}} \int_{CD} V^2 \cdot V^F \cdot dx + \frac{\kappa_{DB}}{GA_{DB}} \int_{DB} V^2 \cdot V^F \cdot dx = \\ &= \frac{5m \cdot 2.50}{6 \cdot 316800kN} \cdot [12.4kN \cdot (-0.08/m) + 4 \cdot 7.9kN \cdot (-0.08/m) + 3.4kN \cdot (-0.08/m)] + \\ &\quad + \frac{2.48}{316800kN} \cdot [4.25kN \cdot 2m \cdot (-0.1/m) - 15.75kN \cdot 4m \cdot (-0.1/m)] = 0.0000117\end{aligned}$$

$$\Delta_{2F}(V, N) = 0.0000013 + 0.0000117 = 0.00001299 = 0.0000 \cdot 180 / \pi = 0.00074^\circ$$

Zestawienie wyników obliczeń przemieszczeń od obciążenia siłami:**Przesunięcie:**

-wartość przybliżona (bez wpływu odkształcalności poprzecznej i podłużnej)

$$\Delta_{1F} = 7.59cm$$

-wpływ odkształcalności podłużnej

$$\Delta_{1F}(N) = 0.00076cm$$

-wpływ odkształcalności postaciowej

$$\Delta_{1F}(V) = 0.02962cm$$

-razem wpływ odkształcalności postaciowej i podłużnej

$$\Delta_{1F}(V, N) = 0.02886cm$$

-wartość dokładna

$$\Delta_{1F} + \Delta_{1F}(V, N) = 7.59cm + 0.02886cm = 7.616cm$$

-błąd

$$\frac{0.02886}{7.616} \cdot 100\% = 0.38\%$$

Kąt obrotu:

-wartość przybliżona (bez wpływu odkształcalności poprzecznej i podłużnej)

$$\Delta_{2F} = -0.02233rad = -1.279^\circ$$

-wpływ odkształcalności podłużnej

$$\Delta_{2F}(N) = 0.0000013rad$$

-wpływ odkształcalności postaciowej

$$\Delta_{2F}(V) = 0.000117rad$$

-razem wpływ odkształcalności postaciowej i podłużnej

$$\Delta_{2F}(V, N) = 0.00001299rad = 0.00074^\circ$$

-wartość dokładna

$$\Delta_{2F} + \Delta_{2F}(V, N) = -1.279 + 0.00074 = -1.279^\circ$$

-błąd

$$\frac{0.00074}{1.279} \cdot 100\% = 0.00\%$$

6 OBLICZENIE SZUKANYCH PRZEMIESZCZEŃ OD ZMIANY TEMPERATURY

Uwzględniając, że wyrażenia $\frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h}$ i $\alpha_T \cdot \Delta T_o$ są na długości prętów stałe,

przemieszczenia wyznaczamy na podstawie wzorów

$$\Delta_{1T} = \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} \cdot \Omega_{M^1} \right)_p + \sum_p \left(\alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot \Omega_{N^1} \right)_p,$$

$$\Delta_{2T} = \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} \cdot \Omega_{M^2} \right)_p + \sum_p \left(\alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot \Omega_{N^2} \right)_p$$

Określenie składników wzorów dla poszczególnych prętów**Dla pręta AC**

$$\Omega_{M^1} = \frac{2.4m \cdot 5m}{2} = 6m^2, \quad \Omega_{M^2} = \frac{-0.4 \cdot 5m}{2} = -1m,$$

$$\Omega_{N^1} = -0.36 \cdot 5m = -1.8m, \quad \Omega_{N^2} = \frac{0.6}{m} \cdot 5m = 3$$

$$\Delta T_w = -5^\circ C, \quad \Delta T_p = 20^\circ C, \quad \Delta T_o = \frac{\Delta T_w + \Delta T_p}{2} = \frac{-5 + 20}{2} = 7.5^\circ C \quad (\text{przekrój symetryczny}),$$

$$h = 0.22m \text{ (I 220)}, \quad \frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} = \frac{0.000012 \cdot (-5 - 20)^\circ C}{^\circ C \cdot 0.22m} = -0.001364/m$$

$$\alpha_T \cdot \Delta T_o = 0.000012/^\circ C \cdot 7.5^\circ C = 0.00009$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1T,AC} &= \frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} \cdot \Omega_{M^1} + \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot \Omega_{N^1} = \\ &= -0.001364/m \cdot 6m^2 + 0.00009 \cdot (-1.8m) = -0.00834m = -0.834cm \end{aligned}$$

$$\Delta_{2T,AC} = \frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} \cdot \Omega_{M^2} + \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot \Omega_{N^2} = -0.001364/m \cdot (-1m) + 0.00009 \cdot 0.3 = 0.00139$$

Dla pręta CB $\Omega_{M^1} = \frac{2.4m \cdot 6m}{2} = 7.2m^2$, $\Omega_{M^2} = \frac{-(0.4+1) \cdot 6m}{2} = -4.2m$, $\Omega_{N^1} = 0$, $\Omega_{N^2} = 0$

$$\Delta T_w = 10^\circ C, \quad \Delta T_p = -30^\circ C, \quad \Delta T_o = \frac{10 - 30}{2} = -10^\circ C, \quad h = 0.24m \text{ (I 240)},$$

$$\frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} = \frac{0.000012 \cdot (10 - (-30))^\circ C}{^\circ C \cdot 0.24m} = 0.002/m$$

$$\alpha_T \cdot \Delta T_o = 0.000012/^\circ C \cdot (-10)^\circ C = -0.00012$$

$$\Delta_{1T,CB} = \frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} \cdot \Omega_{M^1} + \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot \Omega_{N^1} = 0.002/m \cdot 7.2m^2 - 0.00012 \cdot 0 = 0.0144m = 1.44cm$$

$$\Delta_{2T,CB} = \frac{\alpha_T \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)}{h} \cdot \Omega_{M^2} + \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot \Omega_{N^2} = 0.002/m \cdot (-4.2m) + 0.00012 \cdot 0 = -0.0084$$

Szukane przesunięcie: $\Delta_{1T} = -0.834cm + 1.44cm = 0.61cm$

Szukany kąt obrotu: $\Delta_{2T} = 0.00139 - 0.0084 = -0.00701 = -0.00701 \cdot 180/\pi = -0.402^\circ$

7 OBLICZENIE SZUKANYCH PRZEMIESZCZEŃ OD BŁĘDÓW MONTAŻU I PRZEMIESZCZEŃ PODPÓR

Przemieszczenia obliczamy na podstawie wzorów:

$$\Delta_{1\Delta} = \sum_m M_m^1 \cdot \Delta\varphi_m + \sum_v V_v^1 \cdot \Delta h_v + \sum_n N_n^1 \cdot \Delta L_n - \sum_r R_r^1 \cdot \Delta_r,$$

$$\Delta_{2\Delta} = \sum_m M_m^2 \cdot \Delta\varphi_m + \sum_v V_v^2 \cdot \Delta h_v + \sum_n N_n^2 \cdot \Delta L_n - \sum_r R_r^2 \cdot \Delta_r$$

Błędy montażu wystąpiły w dwóch przekrojach, co symbolicznie zilustrowano na rysunku obok.

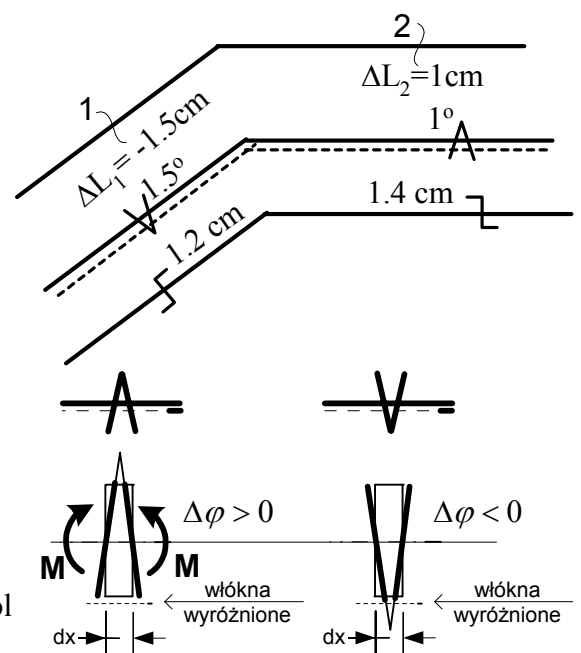
Błędy montażu znakuje się analogicznie jak odpowiednie siły przekrojowe tzn. zmiany kąta jak momenty zginające, przesunięcia poprzeczne jak siły tnące a odkształcenia podłużne jak siły osiowe.

Odkształceniom podłużnym ΔL_1 i ΔL_2 przypisano znaki zgodnie z zasadą: wydłużenie i siła osiowa rozciągająca „+”, skrócenie i siła osiowa ściskająca „-”.

Symbole odkształceń kątowych ilustrują zmiany kąta między przekrojami równoległymi, co symbolicznie na osi pręta i dla elementu odkształconego przedstawiono na rysunku obok.

Jeśli tej zmianie towarzyszy wydłużenie włókien wyróżnionych (symbol lewy) to takiej zmianie kąta przypisujemy znak „+” w przeciwnym przypadku (symbol prawy) znak „-”.

Wynika stąd, że odkształceniom kątowym w przekroju „1” należy przypisać znak „-”, a odkształceniom kątowym w przekroju „2” znak „+”.



Symbole odkształceń postaciowych ilustrują poprzeczne przesunięcie osi pręta, co symbolicznie na osi pręta i dla elementu odkształconego przedstawiono na rysunku obok

Symbol lewy oznacza deformację Δh o zwrocie zgodnym z dodatnimi zwrotami siły poprzecznej (znak „+”) a symbol prawy oznacza deformację Δh o zwrocie przeciwnym z dodatnimi zwrotami siły poprzecznej (znak „-”).

Wynika stąd, że odkształceniu postaciowemu w przekroju „1” należy przypisać znak „-”, a odkształceniu postaciowemu w przekroju „2” znak „+”.

Wartości błędów montażu są, więc następujące:

$$\Delta\varphi_1 = -1.5^\circ = -\frac{1.5^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = -0.0262, \quad \Delta\varphi_2 = 1^\circ = \frac{1^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = 0.0175,$$

$$\Delta h_1 = -1.2\text{cm} = -0.012\text{m},$$

$$\Delta h_2 = 1.4\text{cm} = 0.014\text{m},$$

$$\Delta L_1 = -1.5\text{cm} = -0.015\text{m},$$

$$\Delta L_2 = 1\text{cm} = 0.01\text{m}$$

Siły przekrojowe od obciążeń jednostkowych, w miejscach błędów, mają wartości

$$M_1^1 = 1.2\text{m}, \quad M_2^1 = 0.8\text{m}, \quad V_1^1 = 0.48, \quad V_2^1 = -0.4, \quad N_1^1 = -0.36, \quad N_2^1 = 0,$$

$$M_1^2 = 0.2, \quad M_2^2 = -0.8, \quad V_1^2 = -0.08/m, \quad V_2^2 = -0.1/m, \quad N_1^2 = 0.06/m, \quad N_2^2 = 0,$$

Przemieszczenia podpór wystąpiły w kierunku reakcji V_A i w kierunku reakcji V_B .

Wynoszą one

$$\Delta_{V_A} = 1\text{cm} = 0.01\text{m}, \quad \Delta_{V_B} = 0.8\text{cm} = 0.008\text{m}.$$

Zwroty reakcji V_B w rozwiązaniach od obciążeń jednostkowych przyjęto zgodnie ze zwrotem przemieszczenia podpory, więc wartości tej reakcji do obliczania przemieszczeń przyjmujemy z takim znakiem, jaki otrzymano w wyniku obliczeń

$$V_B^1 = 0.4 \quad V_B^2 = 0.1/m$$

Zwroty reakcji V_A w rozwiązaniach od obciążeń jednostkowych przyjęto przeciwnie do zwrotu przemieszczenia podpory, więc do obliczania przemieszczeń zmieniamy znaki tej reakcji.

Przyjmujemy:

$$V_A^1 = -0.6 \quad V_A^2 = 0.1/m$$

Wartości przemieszczeń wynoszą:

Przesunięcie

$$\Delta_{1\Delta} = 1.2\text{m} \cdot (-0.0262) + 0.8\text{m} \cdot 0.0175 + 0.48 \cdot (-0.012\text{m}) - 0.4 \cdot 0.014\text{m} - 0.36 \cdot (-0.015\text{m}) + 0 + \\ - 0.4 \cdot 0.008\text{m} - (-0.6 \cdot 0.01\text{m}) = -0.0262\text{m} = -2.1\text{cm},$$

Kąt obrotu

$$\Delta_{2\Delta} = -0.2 \cdot (-0.0262) - 0.8 \cdot 0.0175 - 0.08/m \cdot (-0.012\text{m}) - 0.1/m \cdot 0.014\text{m} + 0.06/m \cdot (-0.015\text{m}) + 0 + \\ - 0.1/m \cdot 0.008\text{m} - 0.1/m \cdot 0.01\text{m} = -0.008267 = -0.01187 \cdot 180^\circ / \pi = -0.68^\circ.$$