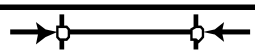
WZORY TRANSFORMACYJNE DLA PRĘTA PROSTEGO WG TEORII RZĘDU 2-GO

$$M_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} \cdot \left(a_{ij} \cdot \varphi_{ij} + b_{ij} \cdot \varphi_{ji} - c_{ij} \cdot \psi_{ij}\right) + M^o_{ij}, \qquad M_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} \cdot \left(a_{ji} \cdot \varphi_{ji} + b_{ji} \cdot \varphi_{ij} - c_{ji} \cdot \psi_{ij}\right) + M^o_{ji},$$

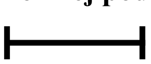
$$V_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L^2_{ij}} \cdot \left(-c_{ij} \cdot \varphi_{ij} - c_{ji} \cdot \varphi_{ji} + d_{ij} \cdot \psi_{ij}\right) + V^o_{ij}, \qquad V_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L^2_{ij}} \cdot \left(-c_{ij} \cdot \varphi_{ij} - c_{ji} \cdot \varphi_{ji} + d_{ij} \cdot \psi_{ij}\right) + V^o_{ji}$$

gdzie a_{ij}, a_{ji}, $b_{ij} = b_{ji}$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ji}$, $c_{ji} = a_{ji} + b_{ij}$, $d_{ij} = d_{ji} = c_{ij} + c_{ji} - \lambda^2_{ij}$ (lub $+\bar{\lambda}^2_{ij}$) są funkcjami parametrów $\lambda_{ij} = L_{ij} \cdot \sqrt{|N_{ij}| / EI_{ij}}$ (dla prętów ściskanych) lub $\bar{\lambda}_{ij} = L_{ij} \cdot \sqrt{N_{ij} / EI_{ij}}$ (dla prętów rozciąganych) zależnymi od typu pręta.

Oznaczenia tych funkcji dla wybranych typów prętów (o stałej sztywności) ściskanych i rozciąganych oraz wartości tych funkcji dla prętów o zerowej sile osiowej $(\lambda_{ij} = 0)$ to jest wg teorii rzędu 1-go zestawiono w tabeli obok

i j	a_{ij}	a_{ji}	$b_{ij} = b_{ji}$	c_{ij}	c_{ji}	$d_{ij} = d_{ji}$
	$\alpha(\lambda)$	$\alpha(\lambda)$	$\beta(\lambda)$	$\vartheta(\lambda)$	$\vartheta(\lambda)$	$\delta(\lambda)$
	4	4	2	6	6	12
	$\alpha(\bar{\lambda})$	$\alpha(\bar{\lambda})$	$\beta(\bar{\lambda})$	$\vartheta(\bar{\lambda})$	$\vartheta(\bar{\lambda})$	$\delta(\bar{\lambda})$
	$\alpha'(\lambda)$	0	0	$\alpha'(\lambda)$	0	$\delta'(\lambda)$
	3	0	0	3	0	3
	$\alpha'(\bar{\lambda})$	0	0	$\alpha'(\bar{\lambda})$	0	$\delta'(\bar{\lambda})$
	$\alpha''(\lambda)$	$\alpha''(\lambda)$	$\beta''(\lambda)$	0	0	0
	1	1	-1	0	0	0
	$\alpha''(\bar{\lambda})$	$\alpha''(\bar{\lambda})$	$\beta''(\bar{\lambda})$	0	0	0
	$\alpha'''(\lambda)$	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	$\alpha'''(\bar{\lambda})$	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	$-\lambda^2$
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	$\bar{\lambda}^2$

Poniżej podano, przykładowo, szczegółowe postaci wzorów dla prętów ściskanych:

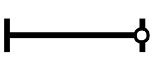


$$M_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} \cdot \left(\alpha(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} + \beta(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ji} - \upsilon(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + M^o_{ij}(\lambda_{ij}),$$

$$M_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} \cdot \left(\alpha(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ji} + \beta(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} - \upsilon(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + M^o_{ji}(\lambda_{ij}),$$

$$V_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L^2_{ij}} \cdot \left(-\upsilon(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} - \upsilon(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ji} + \delta(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + V^o_{ij}(\lambda_{ij}),$$

$$V_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L^2_{ij}} \cdot \left(-\upsilon(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} - \upsilon(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ji} + \delta(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + V^o_{ji}(\lambda_{ij}),$$



$$M_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} \cdot \left(\alpha'(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} - \alpha'(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + M^o_{ij}(\lambda_{ij}), \qquad M_{ji} = 0,$$

$$V_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L^2_{ij}} \cdot \left(-\alpha'(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} + \delta'(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + V^o_{ij}(\lambda_{ij}), \qquad V_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L^2_{ij}} \cdot \left(-\alpha'(\lambda_{ij}) \cdot \varphi_{ij} + \delta'(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}\right) + V^o_{ji}(\lambda_{ij})$$

$$M_{ij}=\frac{EI_{ij}}{L_{ij}}\cdot\left(\alpha''(\lambda_{ij})\varphi_{ij}-\beta''(\lambda_{ij})\varphi_{ji}\right)+M_{ij}^{o}(\lambda_{ij}),$$

$$M_{ji}=\frac{EI_{ij}}{L_{ij}}\cdot\left(\alpha''(\lambda_{ij})\varphi_{ji}-\beta''(\lambda_{ij})\varphi_{ij}\right)+M_{ji}^{o}(\lambda_{ij}),\quad V_{ij}=V_{ij}^{o},\quad V_{ji}=0,$$

$$M_{ij}=\frac{EI_{ij}}{L_{ij}}\cdot\alpha'''(\lambda_{ij})\cdot\varphi_{ij}+M_{ij}^{o}(\lambda_{ij}),\ \ M_{ji}=0,\qquad V_{ij}=V_{ij}^{o}(\lambda_{ij}),\ V_{ji}=0$$

$$M_{ij}=0,\ \ M_{ji}=0,\ V_{ij}=\frac{EI_{ij}}{L_{ij}^{2}}\cdot\left(-\lambda_{ij}^{2}\cdot\psi_{ij}\right)+V_{ij}^{o}(\lambda_{ij}),\ V_{ji}=\frac{EI_{ij}}{L_{ij}^{2}}\cdot\left(-\lambda_{ij}^{2}\cdot\psi_{ij}\right)+V_{ji}^{o}(\lambda_{ij}).$$

Funkcje określające parametry we wzorach transformacyjnych mają postaci:

- dla pręta "sztywno-sztywnego"
  - ściskanego 

$$\alpha(\lambda)=\lambda\cdot\frac{\sin\lambda-\lambda\cdot\cos\lambda}{2\cdot(1-\cos\lambda)-\lambda\cdot\sin\lambda},\qquad \beta(\lambda)=\lambda\cdot\frac{\lambda-\sin\lambda}{2\cdot(1-\cos\lambda)-\lambda\cdot\sin\lambda},$$

$$\vartheta(\lambda)=\alpha(\lambda)+\beta(\lambda)=\lambda^{2}\cdot\frac{1-\cos\lambda}{2\cdot(1-\cos\lambda)-\lambda\cdot\sin\lambda},$$

$$\delta(\lambda)=2\cdot\vartheta(\lambda)-\lambda^{2}=\lambda^{3}\cdot\frac{\sin\lambda}{2\cdot(1-\cos\lambda)-\lambda\cdot\sin\lambda},$$

  - rozciąganego 

$$\alpha(\bar\lambda)=\bar\lambda\cdot\frac{sh\bar\lambda-\bar\lambda\cdot ch\bar\lambda}{2\cdot(ch\bar\lambda-1)-\bar\lambda\cdot sh\bar\lambda},\qquad \beta(\bar\lambda)=\bar\lambda\cdot\frac{\bar\lambda-sh\bar\lambda}{2\cdot(ch\bar\lambda-1)-\bar\lambda\cdot sh\bar\lambda},$$

$$\vartheta(\bar\lambda)=\bar\lambda^{2}\cdot\frac{1-ch\bar\lambda}{2\cdot(ch\bar\lambda-1)-\bar\lambda\cdot sh\bar\lambda},\qquad \delta(\bar\lambda)=\bar\lambda^{3}\cdot\frac{-sh\bar\lambda}{2\cdot(ch\bar\lambda-1)-\bar\lambda\cdot sh\bar\lambda},$$

- dla pręta "sztywno-przegubowego"
  - ściskanego 

$$\alpha'(\lambda)=\alpha(\lambda)-\frac{\beta^{2}(\lambda)}{\alpha(\lambda)}=\lambda^{2}\cdot\frac{\sin\lambda}{\sin\lambda-\lambda\cdot\cos\lambda},$$

$$\delta'(\lambda)=\delta(\lambda)-\frac{\vartheta^{2}(\lambda)}{\alpha(\lambda)}=\alpha'(\lambda)-\lambda^{2}=\lambda^{3}\cdot\frac{\cos\lambda}{\sin\lambda-\lambda\cdot\cos\lambda},$$

  - rozciąganego 

$$\alpha'(\bar\lambda)=\bar\lambda^{2}\cdot\frac{sh\bar\lambda}{\bar\lambda\cdot ch\bar\lambda-sh\bar\lambda},\qquad \delta'(\bar\lambda)=\bar\lambda^{3}\cdot\frac{ch\bar\lambda}{\bar\lambda\cdot ch\bar\lambda-sh\bar\lambda},$$

- dla pręta "sztywno-łyżwowego"
  - ściskanego 

$$\alpha''(\lambda)=\alpha(\lambda)-\frac{\vartheta^{2}(\lambda)}{\delta(\lambda)}=\alpha(\lambda)\cdot\frac{\delta'(\lambda)}{\delta(\lambda)}=\lambda\cdot ctg\lambda,$$

$$\beta''(\lambda)=\beta(\lambda)-\frac{\vartheta^{2}(\lambda)}{\delta(\lambda)}=-\frac{\lambda}{\sin\lambda},$$

  - rozciąganego  $\alpha''(\bar\lambda)=\bar\lambda\cdot cth\bar\lambda$, $\beta''(\bar\lambda)=-\dfrac{\bar\lambda}{sh\bar\lambda}$,

- dla wspornika
  - ściskanego  $\alpha'''(\lambda)=-\lambda\cdot tg\lambda$,
  - rozciąganego  $\alpha'''(\bar\lambda)=\bar\lambda\cdot th\bar\lambda$.