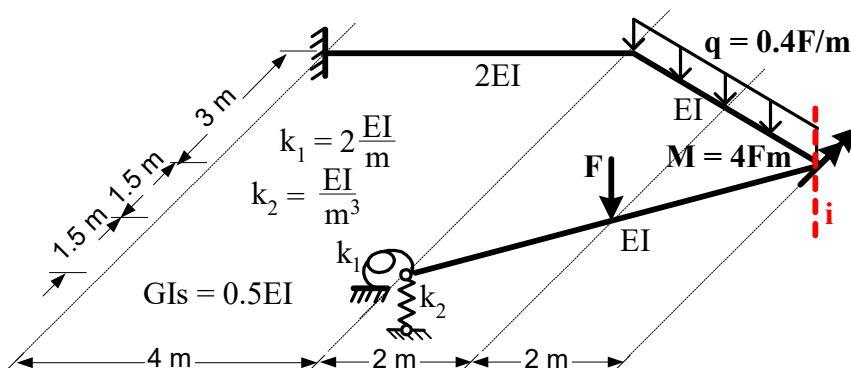


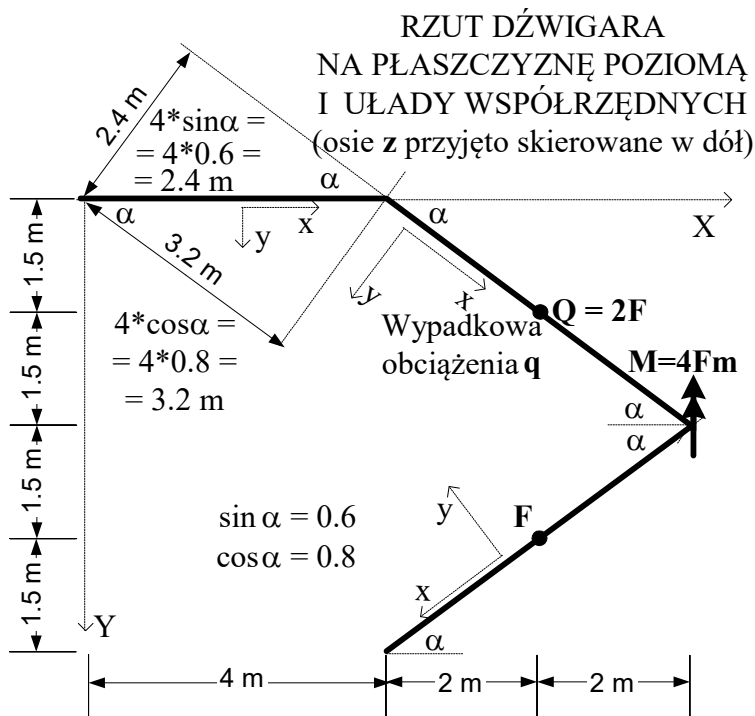
**ROZWIĄZANIE DŹWIGARA ZAŁAMANEGO W PLANIE METODĄ SIŁ
I OBLICZENIE PRZEMIESZCZENIA**

Dany jest dźwigar załamany w planie.
Rozwiązać go metodą sił, sporządzić wykresy sił przekrojowych i dokonać kontroli rozwiązania oraz obliczyć zaznaczone przemieszczenie.



Uwaga dotycząca oznaczeń.

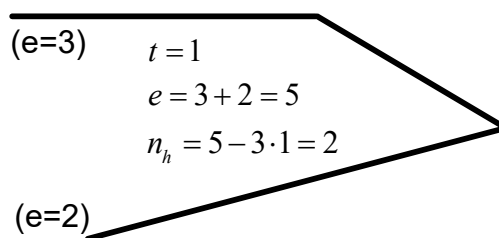
Aby uniknąć niejednoznaczności oznaczeń wszystkie przemieszczenia obliczane w statycznie wyznaczalnym układzie podstawowym i dotyczące tylko układu podstawowego oznaczać będziemy małym symbolem δ a przemieszczenia obliczane w statycznie niewyznaczalnym układzie danym lub obliczane w układzie podstawowym a dotyczące układu danego oznaczać będziemy dużym symbolem Δ . Siły przekrojowe i reakcje wyznaczane w układzie podstawowym oznaczać będziemy odpowiednim symbolem z nadkreśleniem (np. \bar{M}) a w układzie danym oznaczać będziemy odpowiednim symbolem bez nadkreślenia (np. M).



I. ROZWIĄZANIE DŹWIGARA DANEGO OD DANEGO OBCIĄŻENIA

1 WYZNACZENIE STOPNIA STATYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI

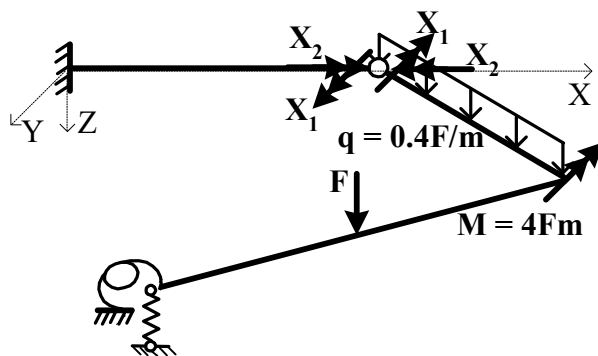
Aby skorzystać z wzoru $n_h = e - 3 \cdot t$ przekształcamy układ dany w zbiór tarcz „sztywnych” otwartych przez usunięcie więzi podporowych, dokonanie przecięć wszędzie tam gdzie połączenie nie jest pełne oraz „otwarcie” tarcz zamkniętych. Tu wystarczy usunięcie więzi podporowych, co ilustruje rysunek obok. Należy pamiętać, że uwzględniamy tu tylko więzi nie leżące w płaszczyźnie dźwigara w przeciwieństwie do ram płaskich, w których uwzględnia się tylko więzi leżące w płaszczyźnie dźwigara.



2 UKŁAD PODSTAWOWY I ODPOWIADAJACY MU UKŁAD RÓWNAŃ

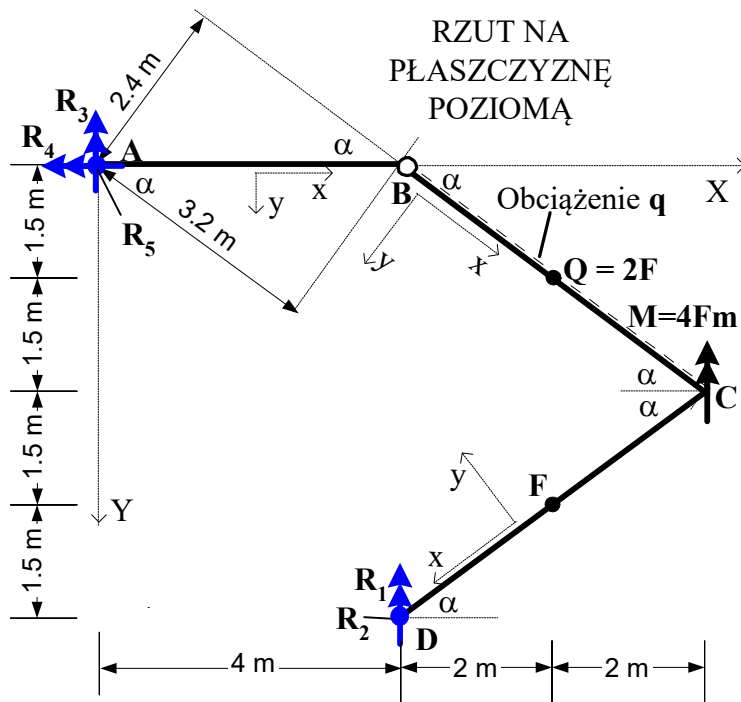
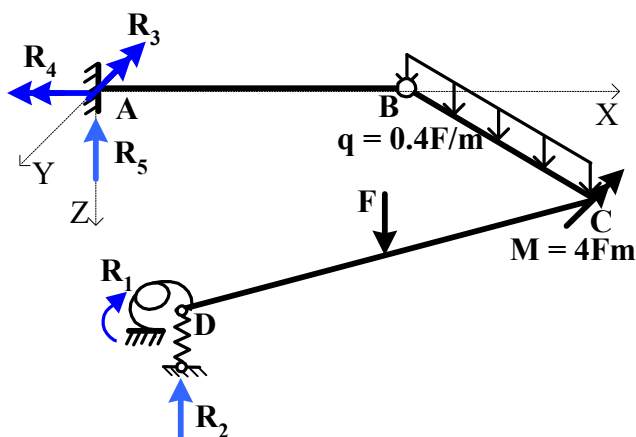
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{1F} = \Delta_{1rz} = 0,$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{2F} = \Delta_{2rz} = 0.$$



3 ROZWIĄZANIA UKŁADU PODSTAWOWEGO

3.1. ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO $F=(M,F,Q)$



Uwaga: Wszystkie wielkości wyznaczone w tym punkcie wyróżniamy nadkreśleniem i indeksem górnym F . Dla skrócenia zapisu w obliczeniach pominiemy te wyróżniki stosując pełne symbole tylko w oznaczeniach wielkości, z których korzystać będziemy w dalszych obliczeniach.

Wyznaczenie reakcji podpór

$$\sum M_{X,B}(\text{z prawej strony przegubu}) = q \cdot 5m \cdot 1.5m + F \cdot 4.5m - R_2 \cdot 6m = 0 \Rightarrow$$

$$0.4F/m \cdot 5m \cdot 1.5m + F \cdot 4.5m - R_2 \cdot 6m = 0 \Rightarrow R_2 = \bar{R}_2^F = 1.25F,$$

$$\sum M_{Y,B}(\text{z prawej strony przegubu}) = -q \cdot 5m \cdot 2m - F \cdot 2m - M - R_1 = 0 \Rightarrow$$

$$-0.4F/m \cdot 5m \cdot 2m - F \cdot 2m - 4Fm - R_1 = 0 \Rightarrow R_1 = \bar{R}_1^F = -10Fm,$$

$$\sum Z = q \cdot 5m + F - R_2 - R_5 = 0 \Rightarrow 0.4F/m \cdot 5m + F - 1.25F - R_5 = 0 \Rightarrow R_5 = \bar{R}_5^F = 1.75F,$$

$$\sum M_{X,B}(\text{z lewej strony przegubu}) = -R_4 = 0,$$

$$\sum M_{Y,B}(\text{z lewej strony przegubu}) = -R_3 - R_5 \cdot 4m = 0 \Rightarrow -R_3 - 1.75F \cdot 4m = 0 \Rightarrow R_3 = \bar{R}_3^F = -7Fm.$$

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

Pręt A-B $Mx_{AB} = Mx_{BA} = R_4 = 0,$ $My_{AB} = R_3 = -7Fm,$

$$My_{BA} = R_3 + R_5 \cdot 4m = -7Fm + 1.75F \cdot 4m = 0, \quad Vz_{AB} = Vz_{BA} = R_5 = 1.75F,$$

Pręt B-C $Mx_{BC} = Mx_{CB} = R_3 \cdot \sin \alpha + R_4 \cdot \cos \alpha + R_5 \cdot 2.4m = -7Fm \cdot 0.6 + 0 + 1.75F \cdot 2.4m = 0,$

$$My_{BC} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 3.2m = -7Fm \cdot 0.8 + 0 + 1.75F \cdot 3.2m = 0,$$

$$My_{Q,BC} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 5.7m - q \cdot 2.5m \cdot 1.25m =$$

$$= -7Fm \cdot 0.8 + 0 + 1.75F \cdot 5.7m - 0.4F/m \cdot 3.125m^2 = 3.125Fm,$$

$$My_{CB} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 8.2m - q \cdot 5m \cdot 2.5m =$$

$$= -7Fm \cdot 0.8 + 0 + 1.75F \cdot 8.2m - 0.4F/m \cdot 12.5m^2 = 3.75Fm,$$

$$Vz_{BC} = R_5 = 1.75F,$$

$$Vz_{CB} = R_5 - q \cdot 5m = 1.75F - 0.4F/m \cdot 5m = -0.25F,$$

Pręt C-D $Mx_{CD} = Mx_{DC} = -R_1 \cdot \sin \alpha = 10Fm \cdot 0.6 = 6Fm,$

$$My_{CD} = R_1 \cdot \cos \alpha + R_2 \cdot 5m - F \cdot 2.5m = -10Fm \cdot 0.8 + 1.25F \cdot 5m - 2.5Fm = -4.25Fm,$$

$$My_{F,CD} = R_1 \cdot \cos \alpha + R_2 \cdot 2.5m = -10Fm \cdot 0.8 + 1.25F \cdot 2.5m = -4.875Fm,$$

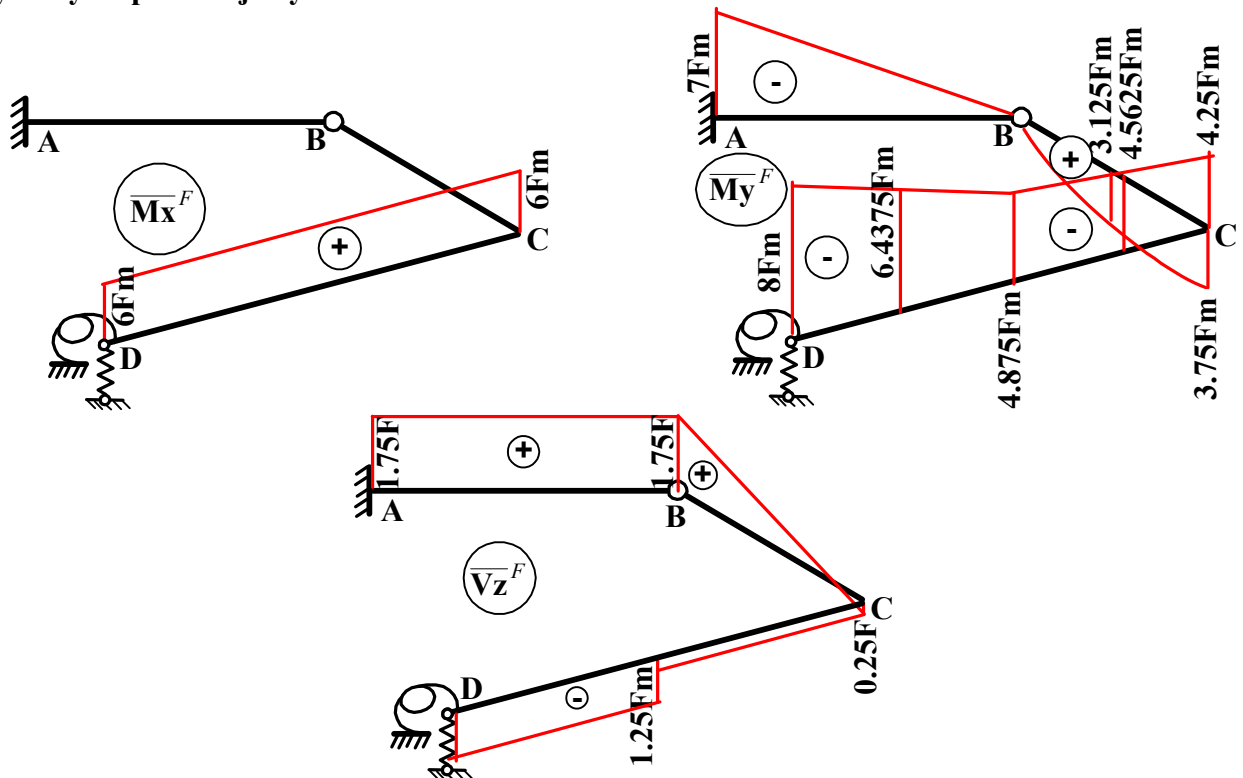
$$My_{DC} = R_1 \cdot \cos \alpha = -10Fm \cdot 0.8 = -8Fm,$$

$$Vz_{CD} = -R_2 + F = -1.25F + F = -0.25F, \quad Vz_{DC} = -R_2 = -1.25F,$$

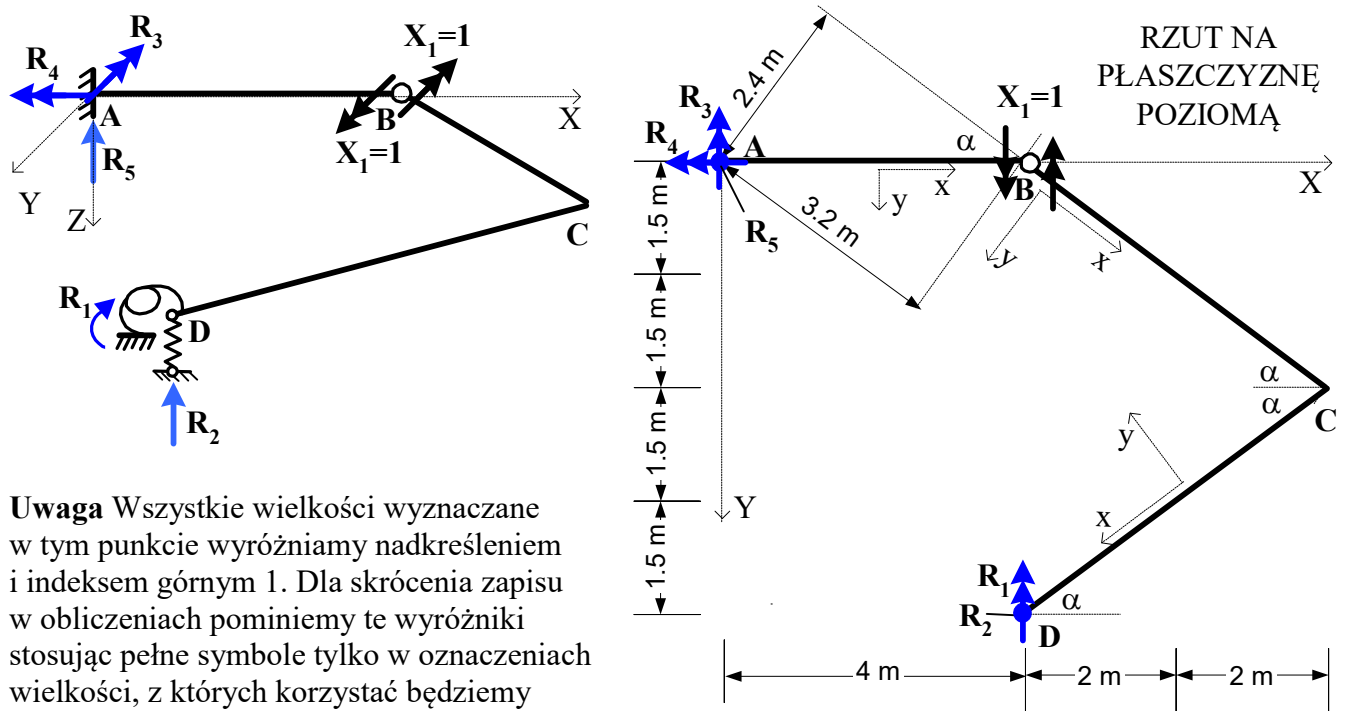
Moment zginający w więzi sprężystej nr 1: $\bar{S}_1^F = My_{ED} = -10Fm$

Siła podłużna w więzi sprężystej nr 2: $\bar{S}_2^F = -R_2 = -1.25F$

Wykresy sił przekrojowych.



3.2. ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA $X_1 = 1$



Uwaga Wszystkie wielkości wyznaczane w tym punkcie wyróżniamy nadkreśleniem i indeksem górnym 1. Dla skrócenia zapisu w obliczeniach pominiemy te wyróżniki stosując pełne symbole tylko w oznaczeniach wielkości, z których korzysta będziemy w dalszych obliczeniach.

Wyznaczenie reakcji podpór.

$$\begin{aligned} \sum M_{X,B}(\text{z prawej strony przegubu}) &= -R_2 \cdot 6m = 0 & \Rightarrow R_2 = \bar{R}_2^1 = 0, \\ \sum M_{Y,B}(\text{z prawej strony przegubu}) &= -R_1 - X_1 = 0 & \Rightarrow R_1 = \bar{R}_1^1 = -1, \\ \sum Z &= -R_2 - R_5 = 0 \Rightarrow R_5 = \bar{R}_5^1 = 0, & \sum M_{X,B}(\text{z lewej strony przegubu}) &= -R_4 = 0, \\ \sum M_{Y,B}(\text{z lewej strony przegubu}) &= -R_3 - R_5 \cdot 4m + X_1 = 0 \Rightarrow -R_3 - 0 + 1 = 0 \Rightarrow R_3 = \bar{R}_3^1 = 1. \end{aligned}$$

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

Pręt A-B $Mx_{AB} = Mx_{BA} = R_4 = 0, \quad My_{AB} = R_3 = 1,$

$My_{BA(\text{przed momentem } X_1)} = R_3 + R_5 \cdot 4m = 1 + 0 = 1, \quad My_{BA(\text{za momentem } X_1)} =$

$R_3 + R_5 \cdot 4m = X_1 = 1 + 0 - 1 = 0 \quad Vz_{AB} = Vz_{BA} = R_5 = 0,$

Pręt B-C $Mx_{BC(\text{przed momentem } X_1)} =$

$R_3 \cdot \sin \alpha + R_4 \cdot \cos \alpha + R_5 \cdot 2.4m - X_1 \cdot \sin \alpha = 1 \cdot 0.6 + 0 - 1 \cdot 0.6 = 0,$

$Mx_{BC(\text{za momentem } X_1)} = Mx_{CB} = R_3 \cdot \sin \alpha + R_4 \cdot \cos \alpha + R_5 \cdot 2.4m + (X_1 - X_1) \cdot \sin \alpha = 1 \cdot 0.6 + 0 + 0 = 0.6$

$My_{BC(\text{przed momentem } X_1)} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 3.2m - X_1 \cdot \cos \alpha = 1 \cdot 0.8 - 0 + 0 - 1 \cdot 0.8 = 0$

$My_{BC(\text{za momentem } X_1)} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 3.2m + (X_1 - X_1) \cdot \cos \alpha = 1 \cdot 0.8 - 0 + 0 + 0 = 0.8$

$My_{CB} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 8.2m + (X_1 - X_1) \cdot \cos \alpha = 1 \cdot 0.8 - 0 + 0 + 0 = 0.8$

$Vz_{BC} = Vz_{CB} = R_5 = 0$

Pręt C-D $Mx_{CD} = Mx_{DC} = -R_1 \cdot \sin \alpha = 1 \cdot 0.6 = 0.6,$

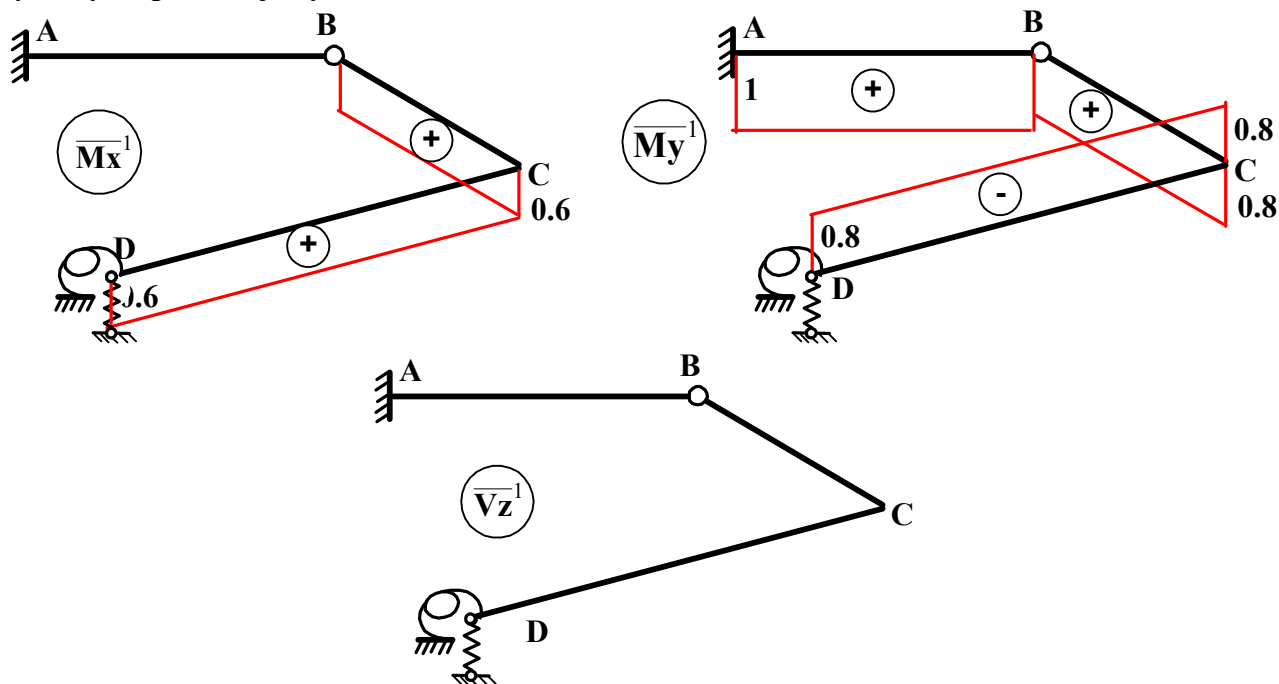
$My_{CD} = R_1 \cdot \cos \alpha + R_2 \cdot 5m = -1 \cdot 0.8 = -0.8, \quad My_{DC} = R_1 \cdot \cos \alpha = -1 \cdot 0.8 = -0.8,$

$Vz_{CD} = Vz_{DC} = -R_2 = 0,$

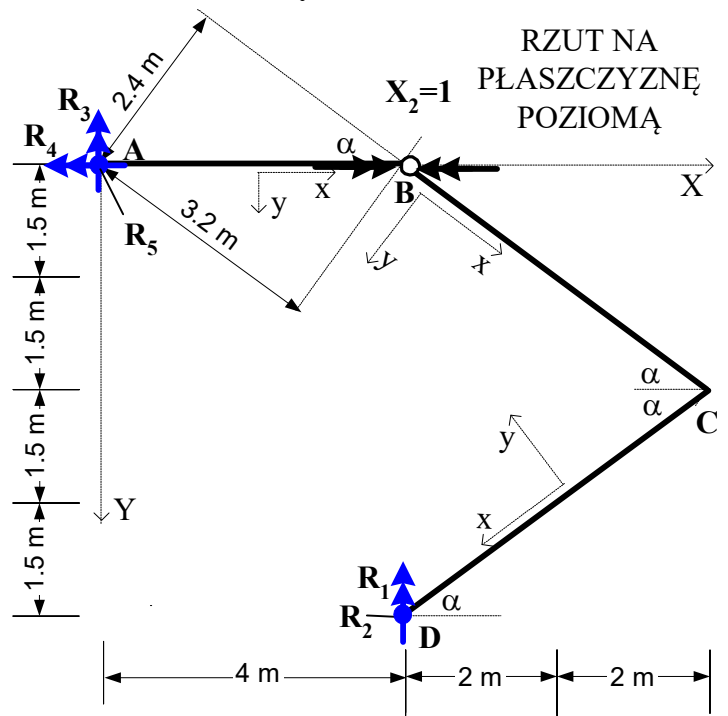
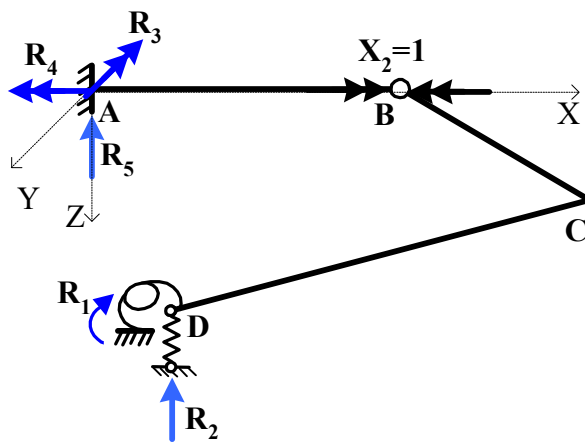
Moment zginający w więzi sprężystej nr 1: $\bar{S}_1^1 = My_{ED} = -1$

Siła podłużna w więzi sprężystej nr 2: $\bar{S}_2^1 = -R_2 = 0$

Wykresy sił przekrojowych.



3.3.ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA $X_2 = 1$.



Uwaga: Wszystkie wielkości wyznaczone w tym punkcie wyróżniamy nadkreśleniem i indeksem górnym 2. Dla skrócenia zapisu w obliczeniach pominiemy te wyróżniki stosując pełne symbole tylko w oznaczeniach wielkości, z których korzystać będziemy w dalszych obliczeniach.

Wyznaczenie reakcji podpór.

$$\sum M_{X,B}(\text{z prawej strony przegubu}) = -R_2 \cdot 6m - X_2 = 0 \Rightarrow R_2 = \bar{R}_2^2 = -\frac{1}{6m},$$

$$\sum M_{Y,B}(\text{z prawej strony przegubu}) = -R_1 = 0 \Rightarrow R_1 = \bar{R}_1^2 = 0,$$

$$\sum Z = -R_2 - R_5 = 0 \Rightarrow \frac{1}{6m} - R_5 = 0 \Rightarrow R_5 = \bar{R}_5^2 = \frac{1}{6m},$$

$$\sum M_{X,B}(\text{z lewej strony przegubu}) = -R_4 + X_2 = 0, \Rightarrow R_4 = \bar{R}_4^2 = 1,$$

$$\sum M_{Y,B}(\text{z lewej strony przegubu}) = -R_3 - R_5 \cdot 4m = 0 \Rightarrow -R_3 - \frac{4m}{6m} = 0 \Rightarrow R_3 = \bar{R}_3^2 = -\frac{2}{3}.$$

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

Pręt A-B $Mx_{AB} = Mx_{BA}(\text{przed momentem } X_2) = R_4 = 1, \quad Mx_{BA}(\text{za momentem } X_2) = R_4 - X_2 = 1 - 1 = 0$

$$My_{AB} = R_3 = -\frac{2}{3}, \quad My_{BA} = R_3 + R_5 \cdot 4m = -\frac{2}{3} + \frac{4m}{6m} = 0, \quad Vz_{AB} = Vz_{BA} = R_5 = \frac{1}{6m},$$

Pręt B-C $Mx_{BC}(\text{przed momentem } X_2) =$

$$= R_3 \cdot \sin \alpha + R_4 \cdot \cos \alpha + R_5 \cdot 2.4m - X_2 \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{3} \cdot 0.6 + 1 \cdot 0.8 + \frac{2.4m}{6m} - 1 \cdot 0.8 = 0,$$

$Mx_{BC}(\text{za momentem } X_2) = Mx_{CB} =$

$$= R_3 \cdot \sin \alpha + R_4 \cdot \cos \alpha + R_5 \cdot 2.4m + (X_2 - X_2) \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{3} \cdot 0.6 + 1 \cdot 0.8 + \frac{2.4m}{6m} + 0 = 0.8,$$

$My_{BC}(\text{przed momentem } X_2) =$

$$= R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 3.2m - X_2 \cdot \sin \alpha = -\frac{2}{3} \cdot 0.8 - 1 \cdot 0.6 + \frac{3.2m}{6m} - 1 \cdot 0.6 = 0$$

$My_{BC}(\text{za momentem } X_2) =$

$$= R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 3.2m + (X_2 - X_2) \cdot \sin \alpha = -\frac{2}{3} \cdot 0.8 - 1 \cdot 0.6 + \frac{3.2m}{6m} + 0 = -0.6$$

$$My_{CB} = R_3 \cdot \cos \alpha - R_4 \cdot \sin \alpha + R_5 \cdot 8.2m + (X_2 - X_2) \cdot \sin \alpha = -\frac{2}{3} \cdot 0.8 - 1 \cdot 0.6 + \frac{8.2m}{6m} + 0 = \frac{7}{30} = 0.2333$$

$$V_{z_{BC}} = V_{z_{CB}} = R_5 = \frac{1}{6m},$$

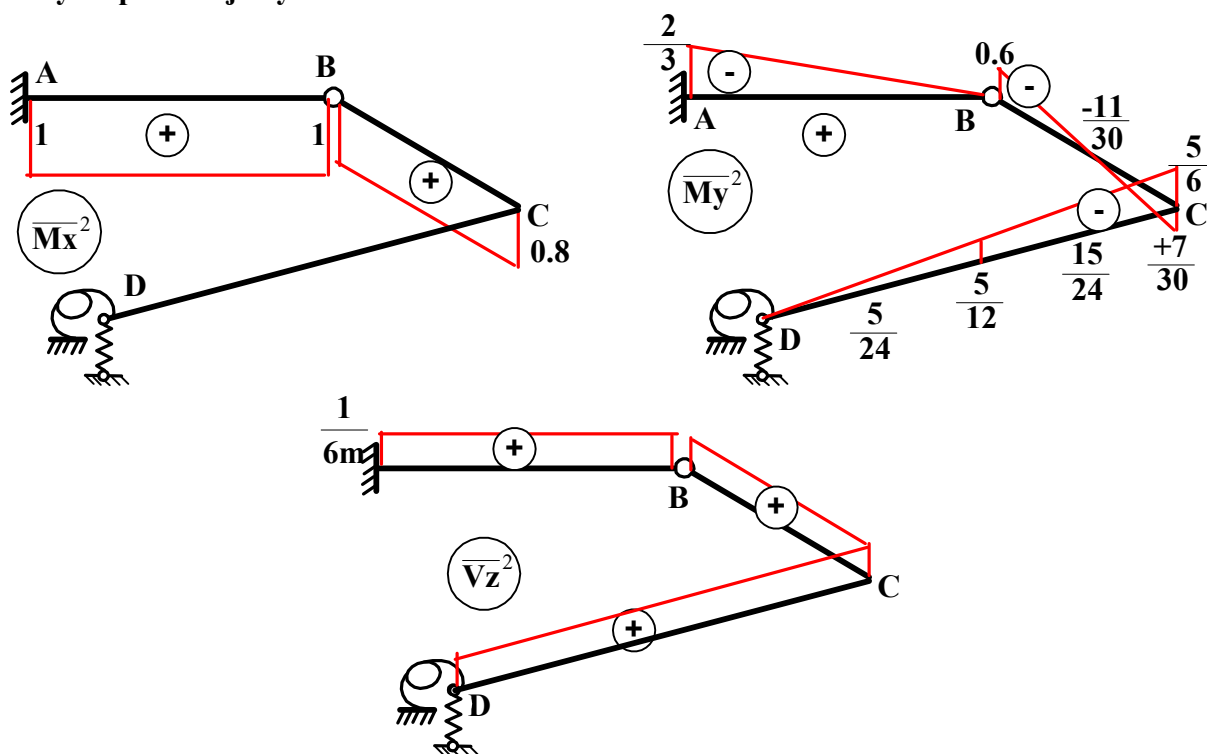
Pręt C-D $M_{x_{CD}} = M_{x_{DC}} = -R_1 \cdot \sin \alpha = -0, \quad M_{y_{CD}} = R_1 \cdot \cos \alpha + R_2 \cdot 5m = 0 - \frac{5m}{6m} = -0.8333,$

$$M_{y_{DC}} = R_1 \cdot \cos \alpha = 0, \quad V_{z_{CD}} = V_{z_{DC}} = -R_2 = \frac{1}{6m},$$

Moment zginający w więzi sprężystej nr 1: $\bar{S}_1^2 = M_{y_{ED}} = 0$

Siła podłużna w więzi sprężystej nr 2: $\bar{S}_2^2 = -R_2 = \frac{1}{6m}$

Wykresy sił przekrojowych



4. UKŁAD RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE.

4.1. OBLICZENIE WSPÓLCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ

Współczynniki układu równań obliczamy wykorzystując wzory

$$\delta_{ij} = \int \frac{\bar{M}x^i \cdot \bar{M}x^j}{GIs} dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot \bar{M}y^j}{EIy} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot \bar{S}_s^j}{k_s}, \quad \delta_{iF} = \int \frac{\bar{M}x^i \cdot \bar{M}x^F}{GIs} dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot \bar{M}y^F}{EIy} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot \bar{S}_s^F}{k_s},$$

Do obliczenia całek w powyższych wzorach zastosowano wzór Simpsona lub Mohra. Ze względu na charakter wykresów momentów skręcających i zginających całki w powyższych wzorach przedstawiono w postaci sum całek dla przedziałów całkowania, w których funkcje podcałkowe spełniają założenia umożliwiające zastosowanie odpowiedniego wzoru.

$$\delta_{11} = \left(\frac{1}{GIs} \int \bar{M}x^1 \cdot \bar{M}x^1 \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \left(\frac{1}{EI} \int \bar{M}y^1 \cdot \bar{M}y^1 \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \frac{\bar{S}_1^1 \cdot \bar{S}_1^1}{k_1} + \frac{\bar{S}_2^1 \cdot \bar{S}_2^1}{k_2} =$$

$$= 0 + \frac{2}{EI} \cdot 0.6 \cdot 5m \cdot 0.6 + \frac{2}{EI} \cdot 0.6 \cdot 5m \cdot 0.6 + \frac{1}{2EI} \cdot 1 \cdot 4m \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 0.8 \cdot 5m \cdot 0.8 + \frac{1}{EI} \cdot (-0.8) \cdot 5m \cdot (-0.8) +$$

$$+ \frac{-1 \cdot (-1) \cdot m}{EI} + 0 = 16.1 \frac{m}{EI},$$

$$\delta_{12} = \delta_{12} = \left(\frac{1}{GIs_{AC}} \int \bar{M}x^1 \cdot \bar{M}x^2 \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \left(\frac{1}{EI_{AC}} \int \bar{M}y^1 \cdot \bar{M}y^2 \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \frac{\bar{S}_1^1 \cdot \bar{S}_1^2}{k_1} + \frac{\bar{S}_2^1 \cdot \bar{S}_2^2}{k_2} =$$

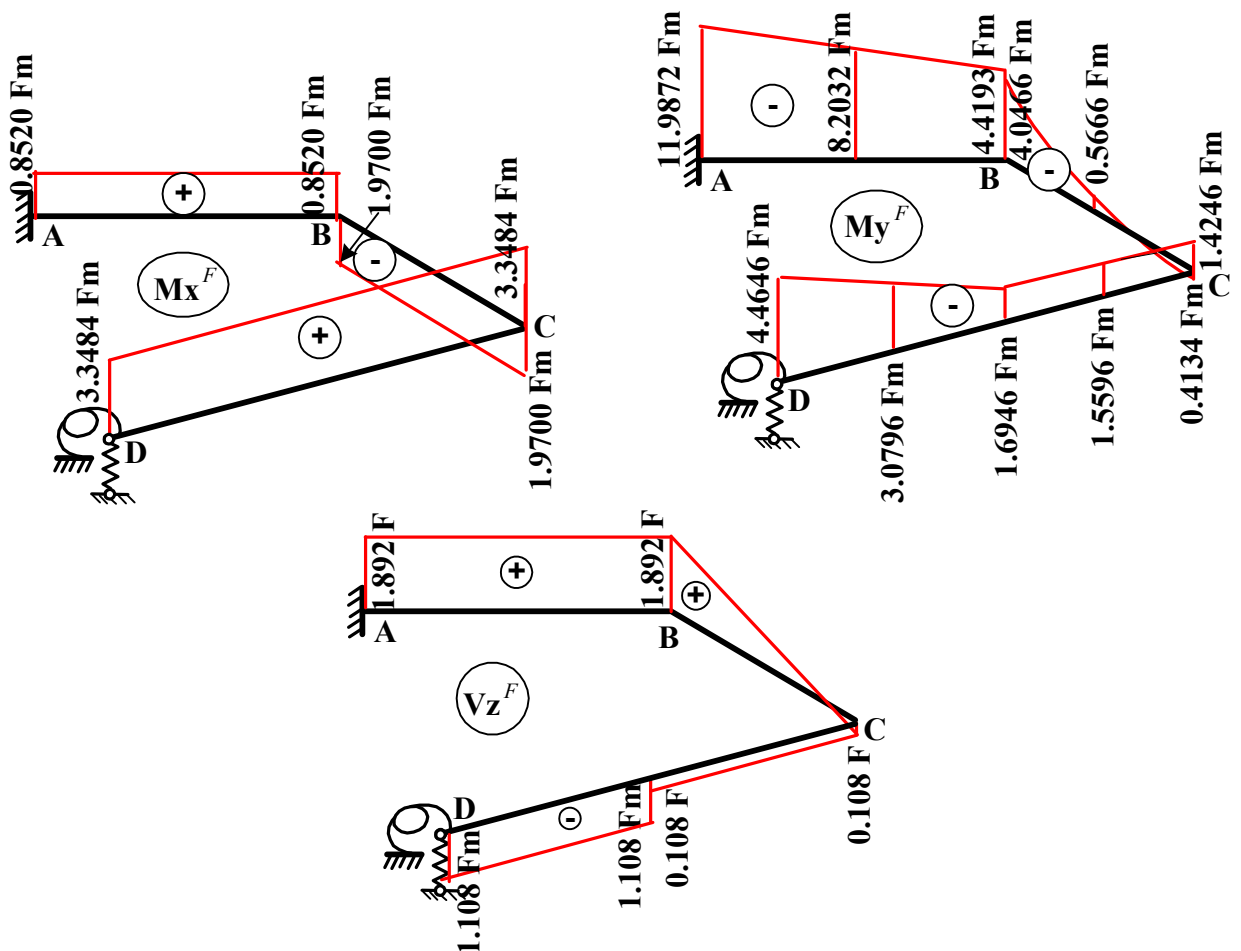
MOMENTY SKRĘCAJĄCE I ZGINAJĄCE

		$X_1/F_m = -4.419255$	$X_2/F_m = 0.851975$					
		Momenty M_x/F_m			Momenty M_y/F_m			
Pręt		p	s	k		p	s	k
AB	M_x^1	0	0	0	M_y^1	1	1	1
	M_x^2	1	1	1	M_y^2	-0.666667	-0.3333	0
	M_x^F	0	0	0	M_y^F	-7	-3.5	0
	M_x^F	0.8520	0.8520	0.8520	M_y^F	-11.98724	-8.2032	-4.4193
BC	M_x^1	0.6	0.6	0.6	M_y^1	0.8	0.8	0.8
	M_x^2	0.8	0.8	0.8	M_y^2	-0.6	-0.1833	0.233333
	M_x^F	0	0	0	M_y^F	0	3.125	3.75
	M_x^F	-1.9700	-1.9700	-1.9700	M_y^F	-4.0466	-0.5666	0.4134
CF	M_x^1	0.6	0.6	0.6	M_y^1	-0.8	-0.8	-0.8
	M_x^2	0	0	0	M_y^2	-0.833333	-0.625	-0.41667
	M_x^F	6	6	6	M_y^F	-4.25	-4.5625	-4.875
	M_x^F	3.3484	3.3484	3.3484	M_y^F	-1.4246	-1.5596	-1.6946
FD	M_x^1	0.6	0.6	0.6	M_y^1	-0.8	-0.8	-0.8
	M_x^2	0	0	0	M_y^2	-0.416667	-0.2083	0
	M_x^F	6	6	6	M_y^F	-4.875	-6.4375	-8
	M_x^F	3.3484	3.3484	3.3484	M_y^F	-1.6946	-3.0796	-4.4646

SIŁY TNĄCE I REAKCJE

		$X_1/F_m = -4.419255$	$X_2/F_m = 0.851975$				
		Siły tnące/F			Siły tnące/F		
Pręt AB	V_{AB}	V_{BA}		Pręt CF	V_{CF}	V_{FC}	
V^1	0	0		V^1	0	0	
V^2	0.166667	0.166667		V^2	0.16667	0.16667	
V^F	1.75	1.75		V^F	-0.25	-0.25	
V^F	1.8920	1.8920		V^F	-0.108	-0.108	
Pręt BC	V_{BC}	V_{CB}		Pręt FD	V_{FD}	V_{DF}	
V^1	0	0		V^1	0	0	
V^2	0.166667	0.166667		V^2	0.16667	0.16667	
V^F	1.75	-0.25		V^F	-1.25	-1.25	
V^F	1.8920	-0.1080		V^F	-1.1080	-1.1080	
Reakcje					Siły w więz. spręż.		
	R_1/F_m	R_2/F	R_3/F_m	R_4/F_m	R_5/F	S_1/F_m	S_2/F
R^1	-1	0	1	0	0	-1	0
R^2	0	-0.166667	-0.6666667	1	0.16667	0	0.166667
R^F	-10	1.25	-7	0	1.75	-10	-1.25
R^F	-5.5807	1.1080	-11.9872	0.8520	1.8920	-5.5807	-1.1080

5.1. WYKRESY SIŁ PRZEKROJOWYCH

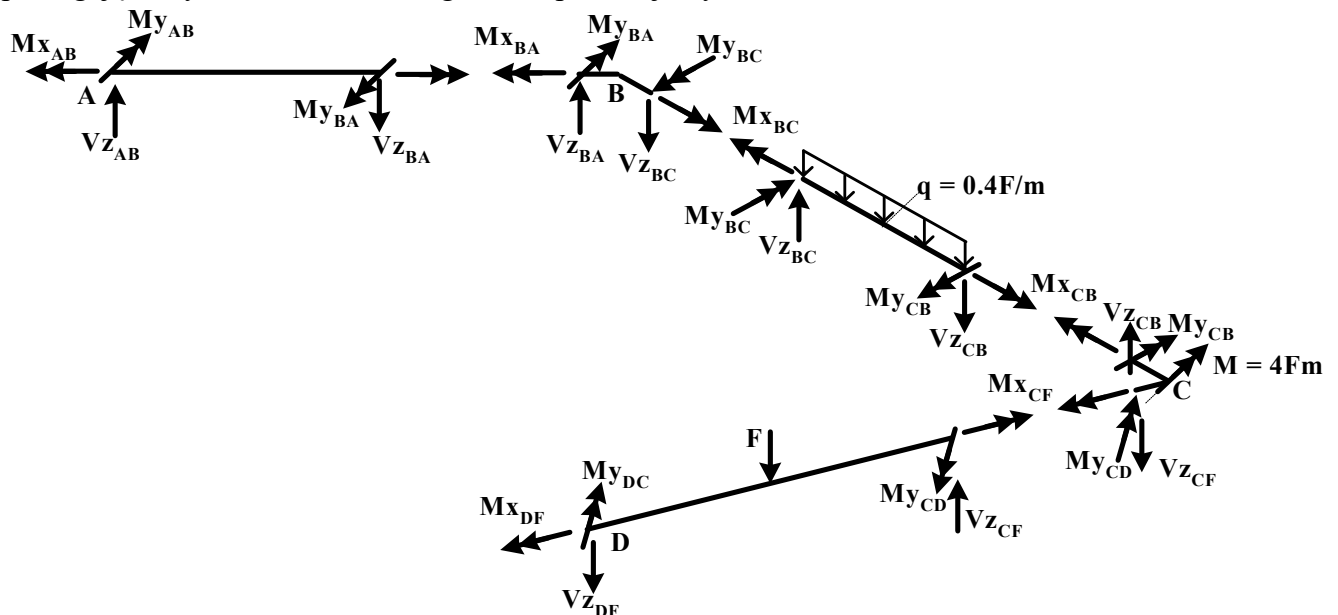


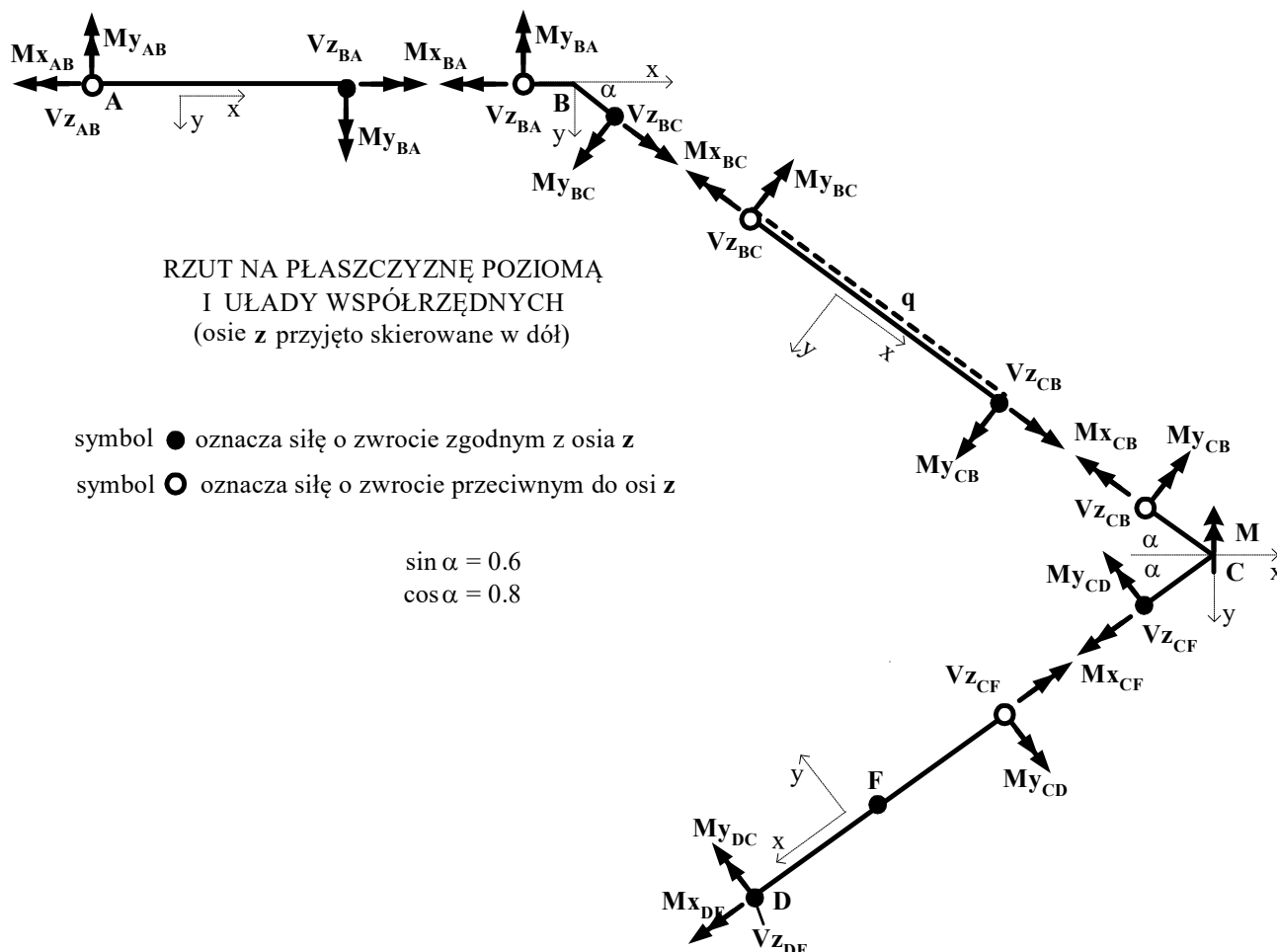
6. KONTROLA POPRAWNOŚCI ROZWIĄZANIA.

Kontrola rozwiązania polega na sprawdzeniu czy otrzymane rozwiązanie jest statycznie i kinematycznie dopuszczalne, czyli czy siły spełniają równania równowagi a przemieszczenia są kinematycznie zgodne. Dokonując kontroli należy pamiętać, że kontroli podlegają tylko te wartości, które występują w obliczeniach kontrolnych.

6.1. KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA.

Zaleca się, aby do sprawdzenia równań równowagi, podzielić układ na pręty i węzły i dla każdego tak wydzielonego elementu sprawdzić 3 równania równowagi. W tym przypadku kontroli podlegają wszystkie wartości brzegowe sił przekrojowych.





Na rysunkach powyżej pokazano elementy, dla których sprawdzimy równania równowagi. Na rysunkach tych zaznaczono siły przekrojowe z dodatnimi zwrotami. Do równań równowagi siły te będziemy, więc wstawiali z takimi znakami, jakie otrzymano w tabelach i zaznaczono na wykresach.

Dla pręta AB

$$\sum Mx = -Mx_{AB} + Mx_{BA} = -0.852Fm + 0.852Fm = 0,$$

$$\sum My = -My_{AB} + My_{BA} - Vz_{BA} \cdot 4m = -(-11.9872Fm) + (-4.4193Fm) - 1.892F \cdot 4m = 0.0001Fm \approx 0,$$

$$\sum Vz = -V_{AB} + V_{BA} = -1.892F + 1.892F = 0,$$

Dla pręta BC

$$\sum Mx = -Mx_{BC} + Mx_{CB} = -(-1.97Fm) + (-1.97Fm) = 0,$$

$$\begin{aligned} \sum My &= -My_{BC} + My_{CB} - Vz_{CB} \cdot 5m - q \cdot 5m \cdot 2.5m = \\ &= -(-4.0466Fm) + 0.4134Fm - (-0.108F) \cdot 5m - 0.4F/m \cdot 12.5m^2 = -0.999Fm, \end{aligned}$$

$$\sum Vz = -V_{BC} + V_{CB} + q \cdot 5 = -1.892F + (-0.108F) + 0.4F/m \cdot 5m = 0,$$

Dla pręta CD

$$\sum Mx = -Mx_{CD} + Mx_{DC} = -3.3484Fm + 3.3484Fm = 0,$$

$$\begin{aligned} \sum My &= -My_{CD} + My_{DC} - Vz_{CB} \cdot 5m - F \cdot 2.5m = \\ &= -(-1.4246Fm) + (-4.4646Fm) - (-1.108F) \cdot 5m - 2.5Fm = 0, \end{aligned}$$

$$\sum Vz = -V_{BC} + V_{CB} + q \cdot 5 = -(-0.108F) + (-1.108F) + 1F = 0,$$

Dla węzła B

$$\sum Mx = -Mx_{BA} + Mx_{BC} \cdot \cos \alpha - My_{BC} \cdot \sin \alpha = -0.852Fm + (-1.97Fm) \cdot 0.8 - (-4.0466Fm) \cdot 0.6 = 0,$$

$$\sum My = -My_{BA} + Mx_{BC} \cdot \sin \alpha + My_{BC} \cdot \cos \alpha = -(-4.4193Fm + (-1.97Fm) \cdot 0.6 + (-4.0466Fm) \cdot 0.8 = 0$$

$$\sum Vz = -Vz_{BA} + Vz_{BC} = -1.892F + 1.892F = 0,$$

Dla węzła C

$$\begin{aligned} \sum Mx &= -Mx_{CB} \cdot \cos \alpha + My_{CB} \cdot \sin \alpha - Mx_{CD} \cdot \cos \alpha - My_{CD} \cdot \sin \alpha = \\ &= -(-1.97Fm \cdot 0.8 + 0.4134Fm \cdot 0.6 - 3.3484Fm \cdot 0.8 - (-1.4246Fm) \cdot 0.6 = -0.0001Fm \approx 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum My &= -Mx_{CB} \cdot \sin \alpha - My_{CB} \cdot \cos \alpha + Mx_{CD} \cdot \sin \alpha - My_{CD} \cdot \cos \alpha - M = \\ &= -(-1.97Fm \cdot 0.6 - 0.4134Fm \cdot 0.8 + 3.3484Fm \cdot 0.6 - (-1.4246)Fm \cdot 0.8 - 4Fm) = 0, \\ \sum Vz &= -Vz_{CB} + Vz_{CD} = -(-0.108F) + (-0.108F) = 0. \end{aligned}$$

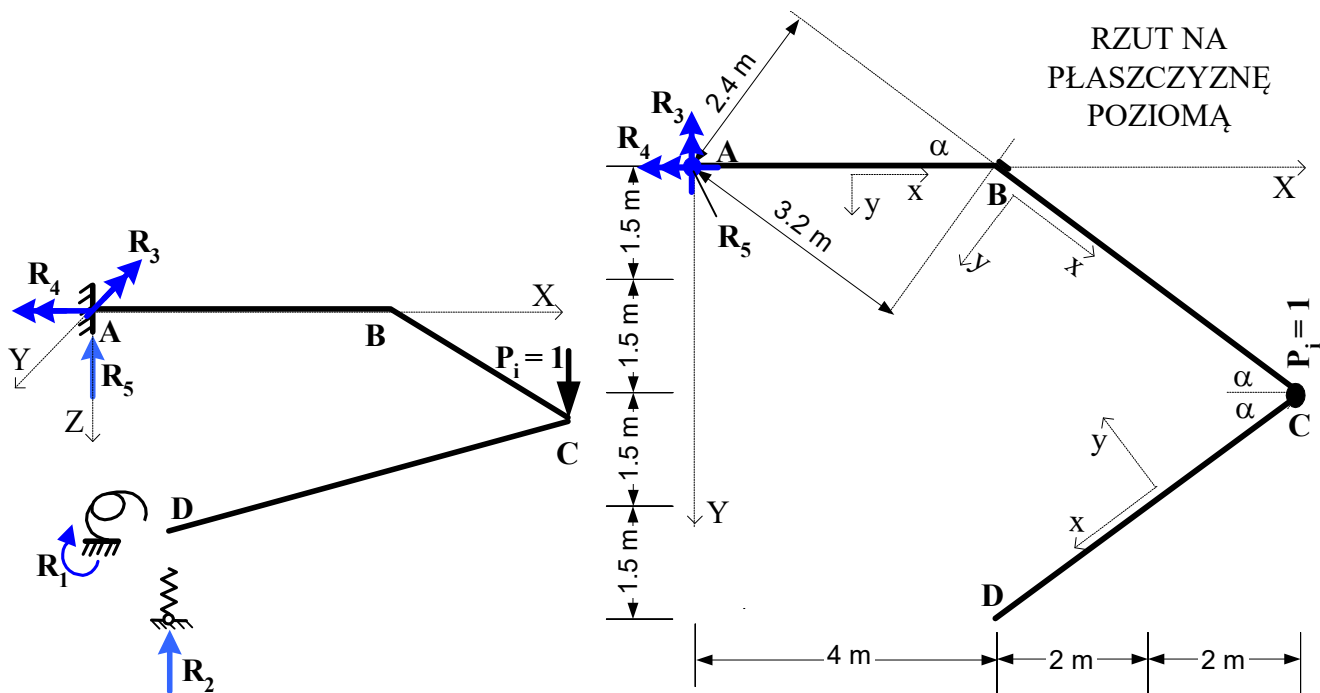
6.2.KONTROLA KIINEMATYCZNEJ ZGODNOŚCI PRZEMIESZCZEŃ.

Kontrola zgodności przemieszczeń polega na sprawdzeniu zgodności przemieszczeń układu rozwiązanego z przemieszczeniami rzeczywistymi w tylu miejscach ile wynosi stopień statycznej niewyznaczalności. Sprawdzimy przemieszczenia w miejscach 1 i 2 (Δ_{1F} i Δ_{2F}) wykorzystując wzór

$$\begin{aligned} \text{na przemieszczenia } \Delta_{iF} &= \int \frac{\bar{M}x^i \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot My^F}{EIy} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^F}{k_s} \\ \Delta_{1F} &= \left(\frac{1}{GIs} \int \bar{M}x^1 \cdot Mx^F \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \left(\frac{1}{EI} \int \bar{M}y^1 \cdot My^F \cdot dx \right)_{AC,BC,CF,FD} + \frac{\bar{S}_1^1 \cdot S_1^F}{k_1} + \frac{\bar{S}_2^1 \cdot S_2^F}{k_2} = \\ &= 0 + \frac{2}{EI} \cdot 0.6 \cdot 5m \cdot (-1.97Fm) + \frac{2}{EI} \cdot 0.6 \cdot 5m \cdot 3.3484Fm + \frac{1}{2EI} \cdot 1 \cdot 4m \cdot (-8.2032)Fm + \\ &+ \frac{1}{EI} \cdot \frac{5m}{6} \cdot (0.8 \cdot (-4.0466Fm) + 4 \cdot 0.8 \cdot (-0.5666Fm) + 0.8 \cdot 0.4134Fm) + \frac{1}{EI} \cdot (-0.8) \cdot 2.5m \cdot (-1.5596)Fm + \\ &\quad + \frac{1}{EI} \cdot (-0.8) \cdot 2.5m \cdot (-3.0796)Fm + \frac{-1 \cdot (-5.5807Fm) \cdot m}{2EI} + 0 = -0.0004 \frac{Fm^2}{EI} \approx 0, \\ \Delta_{2F} &= \left(\frac{1}{GIs} \int \bar{M}x^2 \cdot Mx^F \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \left(\frac{1}{EI} \int \bar{M}y^2 \cdot My^F \cdot dx \right)_{AC,BC,CF,FD} + \frac{\bar{S}_1^2 \cdot S_1^F}{k_1} + \frac{\bar{S}_2^2 \cdot S_2^F}{k_2} = \\ &= \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 4m \cdot 0.852Fm + \frac{2}{EI} \cdot 0.8 \cdot 5m \cdot (-1.97Fm) + 0 + \\ &\quad + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{4m}{6} \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot (-11.9872Fm) + 4 \cdot \frac{-1}{6} \cdot (-8.2032Fm) + 0 \right) + \\ &\quad + \frac{1}{EI} \cdot \frac{5m}{6} \cdot \left(-0.6 \cdot (-4.0466Fm) + 4 \cdot \frac{-11}{30} \cdot (-0.5666Fm) + \frac{7}{30} \cdot 0.4134Fm \right) + \\ &\quad + \frac{1}{EI} \cdot \frac{2.5m}{6} \cdot \left(-\frac{5}{6} \cdot (-1.4246)Fm + 4 \cdot \frac{-15}{24} \cdot (-1.5596)Fm + \frac{-5}{12} \cdot (-1.6946)Fm \right) + \\ &\quad + \frac{1}{EI} \cdot \frac{2.5m}{6} \cdot \left(-\frac{5}{12} \cdot (-1.6946)Fm + 4 \cdot \frac{-5}{24} \cdot (-3.0796)Fm + 0 \right) + 0 + \frac{1 \cdot (-1.108F) \cdot m^3}{6m \cdot EI} = -0.00017 \frac{Fm^2}{EI} \approx 0. \end{aligned}$$

II..ROZWIĄZANIE IZOSTATYCZNEGO MODELU DŹWIGARA OD OBCIĄŻENIA JEDNOSTKOWEGO $P_i = 1$

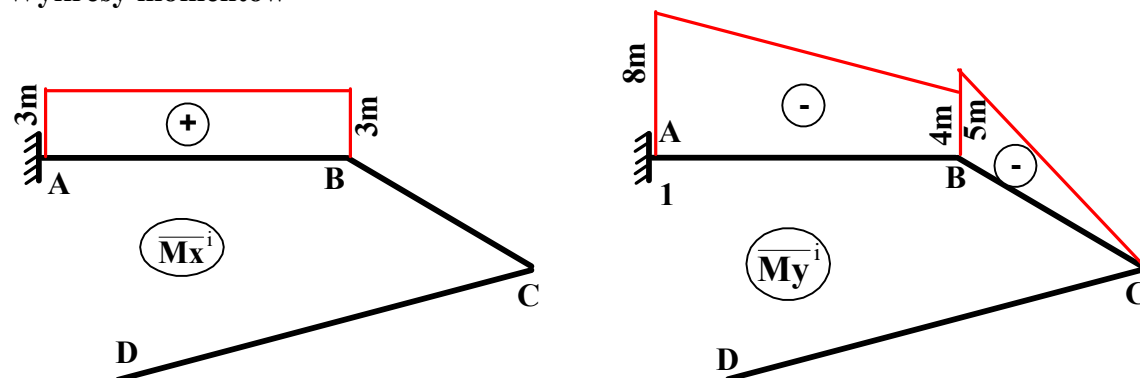
Uwzględniając, że znamy rozwiązanie rusztu danego od danego obciążenia (Mx^F , My^F , S_s^F), w celu wyznaczenia szukanego przemieszczenia musimy jeszcze wykonać rozwiązanie dowolnego modelu izostatycznego dźwigara od obciążenia jednostkowego przyłożonego w miejscu i kierunku szukanego przemieszczenia ($P_i = 1$). Do rozwiązania przyjęto model jak na rysunku poniżej.



W wyniku rozwiązania tego układu otrzymano:

$$R_1 = \bar{R}_1^i = 0, \quad R_2 = \bar{R}_2^i = 0, \quad R_3 = \bar{R}_3^i = -8m, \quad R_4 = \bar{R}_4^i = 3m, \quad R_5 = \bar{R}_5^i = 1, \quad \bar{S}_1^i = 0, \quad \bar{S}_2^i = 0.$$

Wykresy momentów



III..OBLICZENIE SZUKANEGO PRZEMIESZCZENIA

$$\begin{aligned} \Delta_{iF} &= \int \frac{\bar{M}x^i \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot My^F}{EIy} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^F}{k_s} = \\ &= \left(\frac{1}{GIs} \int \bar{M}x^i \cdot Mx^F \cdot dx \right)_{AC,BC,CD} + \left(\frac{1}{EI} \int \bar{M}y^i \cdot My^F \cdot dx \right)_{AC,BC,CF,FD} + \frac{\bar{S}_1^i \cdot S_1^F}{k_1} + \frac{\bar{S}_2^i \cdot S_2^F}{k_2} = \\ &= \frac{1}{EI} \cdot 3m \cdot (-6m) \cdot 0.852Fm + \frac{2}{EI} \cdot 0.8 \cdot 5m \cdot (-1.97Fm) + 0 + \\ &+ \frac{1}{2EI} \cdot \frac{4m}{6} \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot (-11.9872Fm) + 4 \cdot \frac{-1}{6} \cdot (-8.2032Fm) + 0 \right) + \\ &+ \frac{1}{EI} \cdot \frac{5m}{6} \cdot \left(-0.6 \cdot (-4.0466Fm) + 4 \cdot \frac{-11}{30} \cdot (-0.5666Fm) + \frac{7}{30} \cdot 0.4134Fm \right) + \\ &+ \frac{1}{EI} \cdot \frac{2.5m}{6} \cdot \left(-\frac{5}{6} \cdot (-1.4246)Fm + 4 \cdot \frac{-15}{24} \cdot (-1.5596)Fm + \frac{-5}{12} \cdot (-1.6946)Fm \right) + \\ &+ \frac{1}{EI} \cdot \frac{2.5m}{6} \cdot \left(-\frac{5}{12} \cdot (-1.6946)Fm + 4 \cdot \frac{-5}{24} \cdot (-3.0796)Fm + 0 \right) + 0 + 0 = 135.2908 \frac{Fm^3}{EI}. \end{aligned}$$