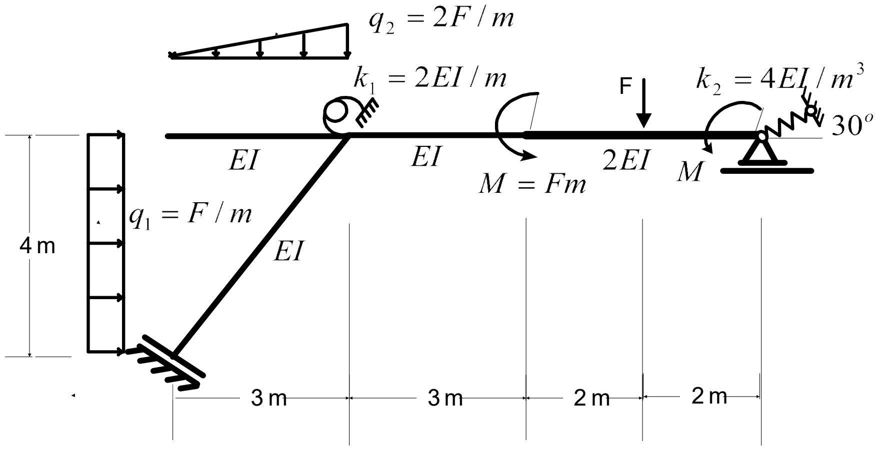
ROZWIĄZANIE RAMY METODĄ PRZEMIESZCZEŃ OD OBCIĄŻENIA „F”

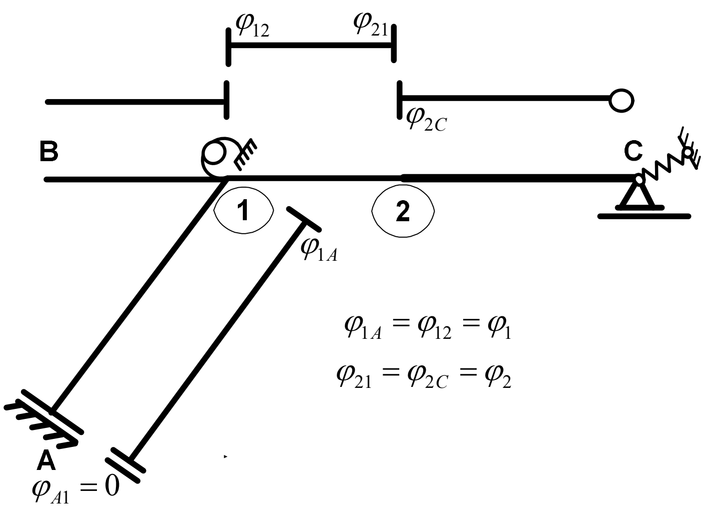
Ramę pokazaną na rysunku rozwiązać metodą przemieszczeń i dokonać kontroli rozwiązania.



1. WYZNACZENIE STOPNIA GEOMETRYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI

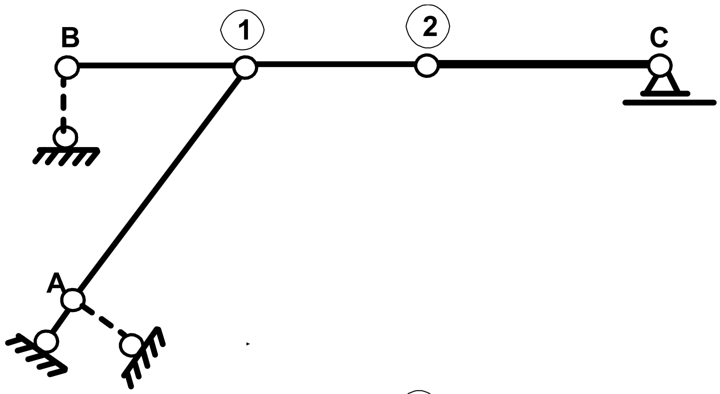
1.1 PODZIAŁ NA ELEMENTY I WYZNACZENIE LICZBY STOPNI SWOBODY OBROTU WĘZŁÓW n_φ

Na rys. obok przedstawiono podział układu na elementy, dla których dane są wzory transformacyjne. Zaczaczono 5 kątów $(\varphi_{A1}, \varphi_{1A}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{2C})$, które wystąpiły by w tych wzorach gdyby zostały one wypisane. Jak widać wszystkie te kąty określone są przez 2 kąty obrotu węzłów (φ_1, φ_2), co oznacza, że $n_\varphi = 2$.



1.2 WYZNACZENIE LICZBY STOPNI SWOBODY PRZESUWU WĘZŁÓW n_δ

a) Model przegubowy przedstawiono na rysunku obok. Więzi oznaczone liniami przerywanymi odbierają stopnie swobody przesuwu, które zostają uwzględnione we współczynnikach wzorów transformacyjnych (dotyczy to elementu wspornikowego 1B i elementu „s-ł” 1A).



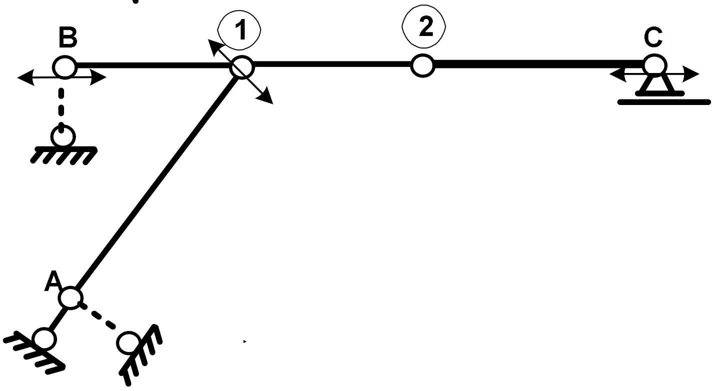
b) Oszacowanie

$n_\delta \geq 2 \cdot w - p - r = 2 \cdot 8 - 7 - 7 = 2,$

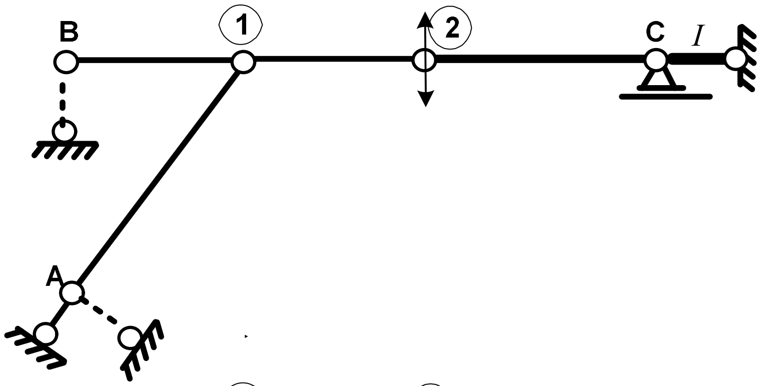
$n_\delta \geq 2.$ Wynika stąd, że model przegubowy ma co najmniej 2 stopnie swobody przesuwu (aby stał się geometrycznie niezmienny należy dodać, co najmniej 2 więzi).

c) Analiza kinematyczna

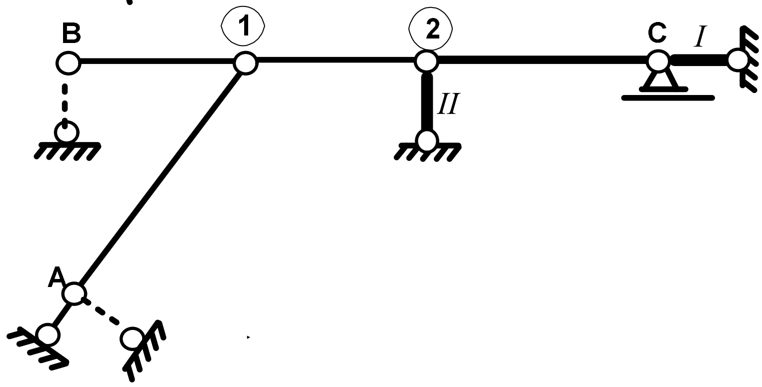
Na rys. obok pokazano model przegubowy z zaznaczonymi, strzałkami, możliwymi kierunkami przesunięć węzłów. Węzeł 2 także ma możliwość przesuwania się, ale kierunek możliwości przesuwu tego węzła nie jest jeszcze określony.



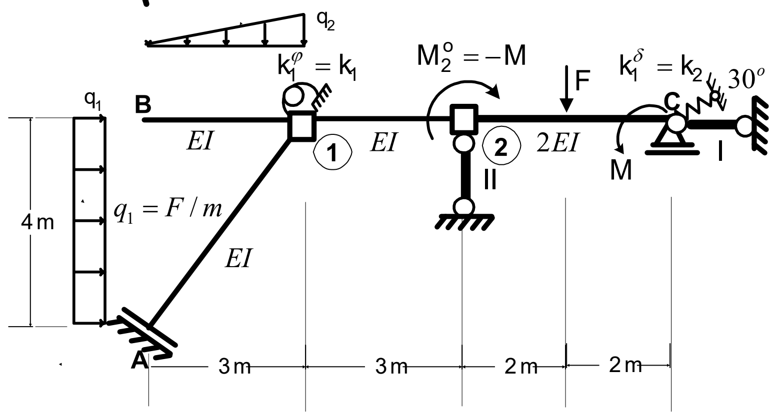
Na rys. obok pokazano model przegubowy z dodaną więzią I , która wyeliminowała zaznaczone powyżej możliwe przesunięcia oraz zaznaczono możliwy jeszcze kierunek przesunięcia węzła 2.



Na rys. obok pokazano model przegubowy z dodanymi 2 więziami I, II, których dodanie sprawiło, że model przegubowy stał się geometrycznie niezmienny, co oznacza, że $n_\delta = 2$.



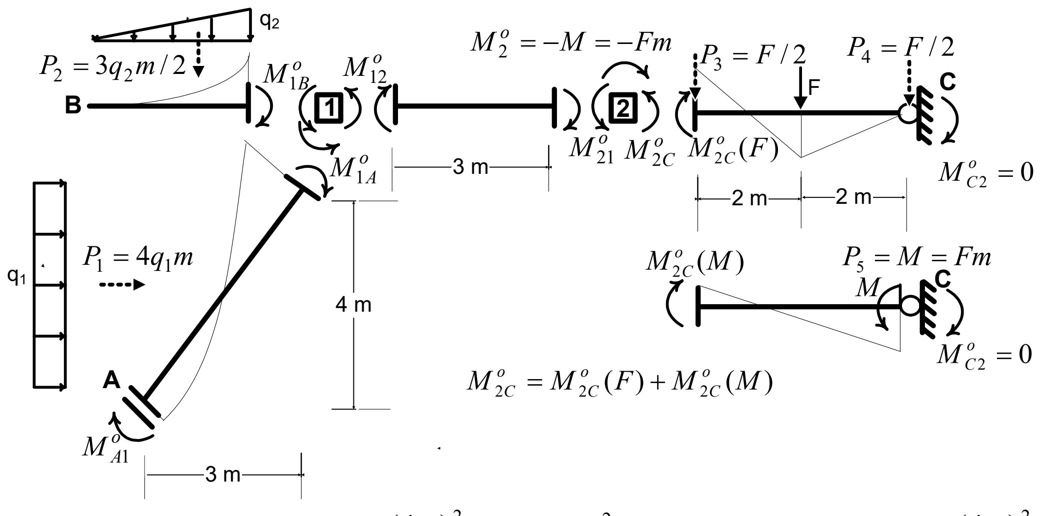
2. UKŁAD PODSTAWOWY



3. ROZWIĄZANIA UKŁADU PODSTAWOWEGO

3.1 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO

Podział układu na elementy, obciążenia działające na poszczególne elementy, wykresy momentów zginających, siły równoważne i momenty węzłowe pokazano na rysunku poniżej.



Momenty brzegowe $M_{A1}^{oF} = \dfrac{q_1 \cdot (4m)^2}{6} = \dfrac{F}{m} \cdot \dfrac{16m^2}{6} = \dfrac{8}{3} Fm$, $\quad M_{1A}^{oF} = \dfrac{q_1 \cdot (4m)^2}{3} = \dfrac{16}{3} Fm$,

$$M_{B1}^{oF}=0,\qquad M_{1B}^{oF}=q_2\cdot\frac{3m}{2}\cdot\frac{3m}{3}=\frac{2F\cdot 9m^2}{m\cdot 6}=3Fm,\qquad M_{12}^{oF}=-M_{21}^{oF}=0,$$

$$M_{2C}^{o}(F)=-\frac{3\cdot F\cdot 4m}{16}=-0.75Fm,\qquad M_{2C}^{o}(M)=-\frac{M}{2}=-0.5Fm,$$

$$M_{2C}^{oF}=M_{2C}^{o}(F)+M_{2C}^{o}(M)=-1.25Fm,\qquad M_{C2}^{oF}=0,$$

Momenty węzłowe $M_1^o=0,\quad M_2^o=-M=-Fm.$

Siły równoważne $P_1=4q_1m=4F,\quad P_2=3q_2m/2=3F,\quad P_3=P_4=F/2,\quad P_5=M=Fm.$

3.2 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\varphi_1=1$

(Można nie wykonywać, co pokazano w przykładzie 1b)

Momenty brzegowe: na końcach elementów, które doznały obrotów $M_{1j}^1=a_{1j}(EL/L)_{1j}$, na końcach przeciwnych $M_{j1}^1=b_{j1}(EI/L)_{1j}$. Pozostałe momenty brzegowe są zerowe.

$$M_{1A}^1=1\cdot\frac{EI}{5m}=0.2\cdot\frac{EI}{m},\qquad M_{A1}^1=-1\cdot\frac{EI}{5m}=-0.2\cdot\frac{EI}{m},\qquad M_{1B}^1=M_{B1}^1=0,$$

$$M_{12}^1=4\cdot\frac{EI}{3m}=\frac{4}{3}\cdot\frac{EI}{m},\qquad M_{21}^1=2\cdot\frac{EI}{3m}=\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m},\qquad M_{2C}^1=M_{C2}^1=0.$$

3.3 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\varphi_2=1$

(Można nie wykonywać, co pokazano w przykładzie 1b)

Momenty brzegowe

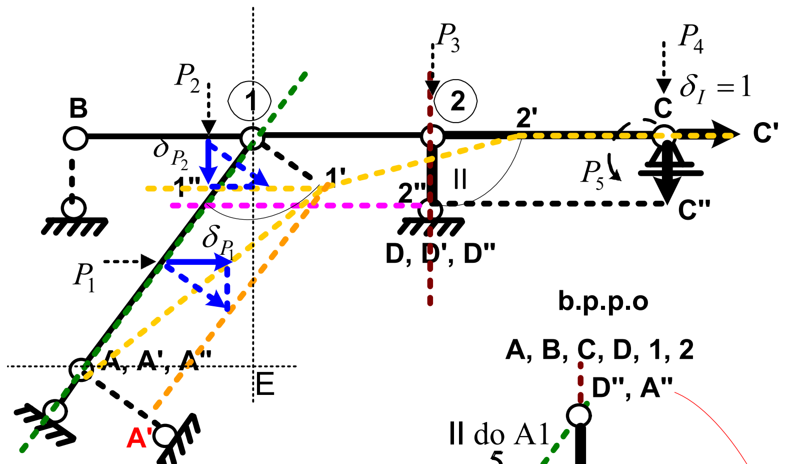
Wzory: $M_{2j}^2=a_{2j}(EL/L)_{2j},\qquad M_{j2}^2=b_{j2}(EI/L)_{2j}.$

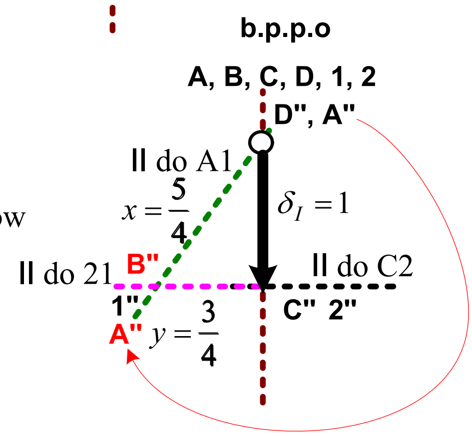
Obliczenia: $M_{21}^2=4\cdot\frac{EI}{3m}=\frac{4}{3}\cdot\frac{EI}{m},\qquad M_{12}^2=2\cdot\frac{EI}{3m}=\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m},$

$$M_{2C}^2=3\cdot\frac{2EI}{4m}=1.5\cdot\frac{EI}{m},\qquad M_{C2}^2=0,\qquad M_{1A}^2=M_{A1}^2=M_{1B}^2=M_{B1}^2=0,$$

3.4 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\delta_I=1$

Na rys. obok przedstawiono odkształcony model przegubowy (przerywane linie żółte) i b.p.p.o. (obrót zadano w prawo). Przemieszczenia w miejscach sił równoważnych zaznaczono na modelu odkształconym (ciągłe strzałki niebieskie) oraz na powtórzonym poniżej (dla przejrzystości) b.p.p.o z naniesionymi siłami (czarne strzałki przerywane)





Z podobieństwa trójkątów A,1,E oraz 1'',D'',C''

$$\frac{x}{1}=\frac{5m}{4m}\Rightarrow x=\frac{5}{4}$$

$$\frac{y}{1}=\frac{3m}{4m}\Rightarrow y=\frac{3}{4}$$

przyłożonymi do odpowiednich punktów

Wartości wzajemnych przesunięć końców prętów i kątów obrotów cięciw prętów.

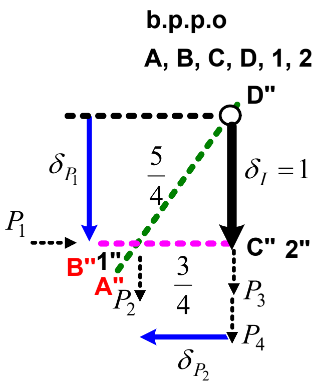
$$\Delta^I_{1A} = +|1''A''| = 0 \;\Rightarrow\; \psi^I_{1A} = \frac{\Delta^I_{1A}}{L_{1A}} = 0, \qquad \Delta^I_{1B} = +|1''B''| = 0 \;\Rightarrow\; \psi^I_{1B} = \frac{\Delta^I_{1B}}{L_{1B}} = 0,$$

$$\Delta^I_{12} = -1''2'' = -3/4 \;\Rightarrow\; \psi^I_{12} = -\frac{3}{4\cdot L}, \qquad \Delta^I_{2C} = |2''C''| = 0 \;\Rightarrow\; \psi^I_{1B} = \frac{\Delta^I_{1B}}{L_{1B}} = 0,$$

Przemieszczenia w miejscach sił równoważnych:

$$\delta^I_{P_1} = 1, \qquad \delta^I_{P_2} = 3/4, \qquad \delta^I_{P_3} = \delta^I_{P_4} = 0, \qquad \delta^I_{P_5} = -\psi^I_{2C} = 0.$$

Wydłużenie sprężystej więzi translacyjnej $\delta^I_2 = -1\cdot\cos 30^o = -\sqrt{3}/2$



Momenty brzegowe

(Można nie obliczać, co pokazano w przykładzie 1b)

Wzór: $M^I_{ij} = -c_{ij}\cdot(EI/L)_{ij}\cdot\psi^I_{ij}$.

Obliczenia: $M^I_{1A} = M^I_{A1} = 0, \qquad M^I_{1B} = M^I_{B1} = 0,$

$$M^I_{12} = M^I_{21} = -6\cdot\frac{EI_{12}}{L_{12}}\cdot\psi^I_{12} = -6\cdot\frac{EI}{3m}\cdot\left(-\frac{1}{4m}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{EI}{m^2},$$

$$M^I_{2C} = -3\cdot\frac{EI_{2c}}{L_{2C}}\cdot\psi^I_{2C} = 0, \qquad M^I_{C2} = 0.$$

3.5 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\delta_{II} = 1$

Na rys. obok przedstawiono odkształcony model przegubowy i b.p.p.o., (tu dokonano obrotu w lewo).

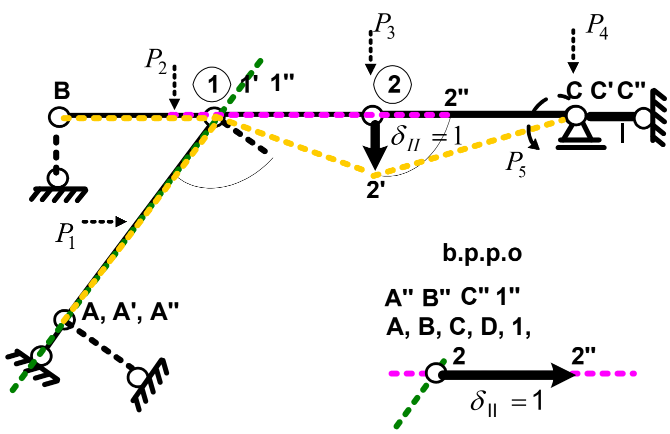
Wartości wzajemnych przesunięć końców prętów i kątów obrotów cięciw prętów

$$\Delta^{II}_{1A} = +|1''A''| = 0 \;\Rightarrow\; \psi^{II}_{1A} = \frac{\Delta^{II}_{1A}}{L_{1A}} = 0,$$

$$\Delta^{II}_{1B} = +|1''B''| = 0 \;\Rightarrow\; \psi^{II}_{1B} = \frac{\Delta^{II}_{1B}}{L_{1B}} = 0,$$

$$\Delta^{II}_{12} = |1''2''| = 1 \;\Rightarrow\; \psi^{II}_{12} = \frac{\Delta^{II}_{12}}{L_{12}} = \frac{1}{3m},$$

$$\Delta^{II}_{2C} = -|2''C''| = -1 \;\Rightarrow\; \psi^{II}_{2C} = \frac{\Delta^{II}_{2C}}{L_{2C}} = -\frac{1}{4m}$$



Przemieszczenia w miejscach sił równoważnych:

$$\delta^{II}_{P_1} = \delta^{II}_{P_2} = \delta^{II}_{P_4} = 0,$$

$$\delta^{II}_{P_3} = 1, \qquad \delta^{II}_{P_5} = -\psi^{II}_{2C} = \frac{1}{4m}.$$

Wydłużenie sprężystej więzi translacyjnej $\delta^{II}_2 = 0$

Momenty brzegowe (Można nie obliczać, co pokazano w przykładzie 1b)

Wzór: $M^{II}_{ij} = -c_{ij}\cdot(EI/L)_{ij}\cdot\psi^{II}_{ij}$

Obliczenia: $M^{II}_{1A} = M^{II}_{A1} = 0, \qquad M^{II}_{1B} = M^{II}_{B1} = 0,$

$$M^{II}_{12} = M^{II}_{21} = -6\cdot\frac{EI_{12}}{L_{12}}\cdot\psi^{II}_{12} = -6\cdot\frac{EI}{3m}\cdot\frac{1}{3m} = -\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m^2},$$

$$M^{II}_{2C} = -3\cdot\frac{EI_{2c}}{L_{2C}}\cdot\psi^{II}_{2C} = -3\cdot\frac{2EI}{4m}\cdot\left(-\frac{1}{4m}\right) = \frac{3}{8}\cdot\frac{EI}{m^2}, \qquad M^{II}_{C2} = 0,$$

4. UKŁAD RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

4.1 POSTAĆ OGÓLNA UKŁADU RÓWNAŃ

$$k_{11}\cdot\varphi_1+k_{12}\cdot\varphi_2+k_{1I}\cdot\delta_I+k_{1II}\cdot\delta_{II}+k_{1F}=0,$$
$$k_{21}\cdot\varphi_1+k_{22}\cdot\varphi_2+k_{2I}\cdot\delta_I+k_{2II}\cdot\delta_{II}+k_{2F}=0,$$
$$k_{I1}\cdot\varphi_1+k_{I2}\cdot\varphi_2+k_{I,I}\cdot\delta_I+k_{I,II}\cdot\delta_{II}+k_{IF}=0,$$
$$k_{II1}\cdot\varphi_1+k_{II2}\cdot\varphi_2+k_{II,I}\cdot\delta_I+k_{II,II}\cdot\delta_{II}+k_{IIF}=0.$$

4.2 OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ

$$k_{11}=\sum_{j=A,B,2}M_{1j}^{1}+k_1^{\varphi}=\left(0.2+0+\frac{4}{3}+2\right)\cdot\frac{EI}{m}=\frac{53}{15}\cdot\frac{EI}{m}=3.5333333\cdot\frac{EI}{m},$$

$$k_{12}=M_{12}^{2}=\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m}=0.666667\cdot\frac{EI}{m},$$

$$k_{1I}=\sum_{j=A,B,2}M_{1j}^{I}=(0+0+0.5)\cdot\frac{EI}{m^2}=0.5\cdot\frac{EI}{m^2},$$

$$k_{1II}=\sum_{j=A,B,2}M_{1j}^{II}=\left(0+0-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{EI}{m^2}=-0.666667\cdot\frac{EI}{m^2},$$

$$k_{1F}=\sum_{j=A,B,2}M_{1j}^{oF}-M_1^{o}=\left(\frac{16}{3}+3+0-0\right)\cdot Fm=\frac{25}{3}\cdot Fm=8.3333333\cdot Fm,$$

$$k_{21}=M_{21}^{1}=\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m}=0.666667\cdot\frac{EI}{m}=k_{12},$$

$$k_{22}=\sum_{j=1,C}M_{2j}^{2}+k_2^{\varphi}=\left(\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{EI}{m}=\frac{17}{6}\cdot\frac{EI}{m}=2.8333333\cdot\frac{EI}{m},$$

$$k_{2I}=\sum_{j=1,C}M_{2j}^{I}=(0.5+0)\cdot\frac{EI}{m^2}=0.5\cdot\frac{EI}{m^2},$$

$$k_{2II}=\sum_{j=1,C}M_{2j}^{II}=\left(-\frac{2}{3}+\frac{3}{8}\right)\cdot\frac{EI}{m^2}=-\frac{7}{24}\cdot\frac{EI}{m^2}=-0.291667\cdot\frac{EI}{m^2},$$

$$k_{2F}=\sum_{j=1,C}M_{2j}^{oF}-M_2^{o}=(0-1.25+1)\cdot Fm=-0.25\cdot Fm,$$

$$k_{I1}=-\sum_{j=A,B,2}\left(M_{1j}^{1}+M_{j1}^{1}\right)\cdot\psi_{1j}^{I}=-0-0-2\cdot\frac{EI}{m}\cdot\left(-\frac{1}{4m}\right)=0.5\cdot\frac{EI}{m^2}=k_{1I},$$

$$k_{I2}=-\sum_{j=1,C}\left(M_{2j}^{2}+M_{j2}^{2}\right)\cdot\psi_{2j}^{I}=-2\cdot\frac{EI}{m}\cdot\left(-\frac{1}{4m}\right)-0=0.5\cdot\frac{EI}{m^2}=k_{2I},$$

$$k_{I,I}=-\sum_{ij-A1,B1,12,2C}\left(M_{ij}^{I}+M_{ji}^{I}\right)\cdot\psi_{ij}^{I}+\sum_{s}k_s^{\delta}\cdot\delta_s^{I}\cdot\delta_s^{I}==-0-0-\frac{EI}{m^2}\cdot\frac{-1}{4m}-0+4\cdot\frac{EI}{m^3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3.25\cdot\frac{EI}{m^3},$$

$$k_{I,II}=-\sum_{ij-A1,B1,12,2C}\left(M_{ij}^{II}+M_{ji}^{II}\right)\cdot\psi_{ij}^{I}+\sum_{s}k_s^{\delta}\cdot\Delta L_s^{I}\cdot\Delta L_s^{II}=-0-0-\frac{-4}{3}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot\frac{-1}{4m}-0+0=-0.33333333\cdot\frac{EI}{m^3},$$

$$k_{IF}=-\sum_{ij=A1,B1,12,2C}\left(M_{ij}^{oF}+M_{ij}^{oF}\right)\cdot\psi_{ij}^{I}-\sum_{p=1}^{5}P_p\cdot\delta_p^{I}=-0-0-0-0-4F\cdot1-3F\cdot\frac{3}{4}-0-0-0=-6.25F,$$

$$k_{II1}=-\sum_{1j=1A,1B,12}\left(M_{1j}^{1}+M_{j1}^{1}\right)\cdot\psi_{1j}^{II}=-0-0-2\cdot\frac{EI}{m}\cdot\frac{1}{3m}=-\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m^2}=-0.66666667\cdot\frac{EI}{m^2}=k_{1II},$$

$$k_{II2}=-\sum_{2j=21,2C}\left(M_{2j}^{2}+M_{j2}^{2}\right)\cdot\psi_{2j}^{II}=-2\cdot\frac{EI}{m}\cdot\frac{1}{3m}-1.5\cdot\frac{EI}{m}\cdot\frac{-1}{4m}=-\frac{7}{24}\cdot\frac{EI}{m^2}=-0.291667\cdot\frac{EI}{m^2}=k_{2II},$$

$$k_{II,I}=-\sum_{ij-A1,B1,12,2C}\left(M_{ij}^{I}+M_{ji}^{I}\right)\cdot\psi_{ij}^{II}+\sum_{s}k_s^{\delta}\cdot\Delta L_s^{I}\cdot\Delta L_s^{II}=-0-0-\frac{EI}{m^2}\cdot\frac{1}{3m}-0=-0.3333333\cdot\frac{EI}{m^3}=k_{I,II},$$

$$k_{II,II} = -\sum_{ij-A1,B1,12,2C}\left(M_{ij}^{II}+M_{ji}^{II}\right)\cdot\psi_{ij}^{II}+\sum_{s}k_s^{\delta}\cdot\Delta L_s^{II}\cdot\Delta L_s^{II} =$$

$$= -0-0-\frac{-4}{3}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot\frac{1}{3m}-\frac{3}{8}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot\frac{-1}{4m}=\frac{155}{288}\cdot\frac{EI}{m^3}=0.53819444\cdot\frac{EI}{m^3},$$

$$k_{IIF} = -\sum_{ij=A1,B1,12,2C}\left(M_{ij}^{oF}+M_{ij}^{oF}\right)\cdot\psi_{ij}^{II}-\sum_{p=1}^{5}P_p\cdot\delta_p^{II} =$$

$$= -0-0-0-(-1.25)Fm\cdot\frac{-1}{4m}-0-0-\frac{F}{2}\cdot 1-0-Fm\cdot\frac{1}{4m}=-1.0625F\,.$$

4.3 POSTAĆ SZCZEGÓŁOWA UKŁADU RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

$$3.533333\,\frac{EI}{m}\cdot\varphi_1+0.666667\,\frac{EI}{m}\cdot\varphi_2+0.5\frac{EI}{m^2}\cdot\delta_I-0.666667\,\frac{EI}{m^2}\cdot\delta_{II}+8.333333\,Fm=0,$$

$$0.666667\,\frac{EI}{m}\cdot\varphi_1+2.833333\,\frac{EI}{m}\cdot\varphi_2+0.5\frac{EI}{m^2}\cdot\delta_I-0.291667\,\frac{EI}{m^2}\cdot\delta_{II}-0.25\,Fm=0,$$

$$0.5\frac{EI}{m^2}\cdot\varphi_1+0.5\frac{EI}{m^2}\cdot\varphi_2+3.25\frac{EI}{m^3}\cdot\delta_I-0.333333\,\frac{EI}{m^3}\cdot\delta_{II}-6.25\,F=0,$$

$$-0.666667\,\frac{EI}{m^2}\cdot\varphi_1-0.291667\,\frac{EI}{m^2}\cdot\varphi_2-0.333333\,\frac{EI}{m^3}\cdot\delta_I+0.538194\,\frac{EI}{m^3}\cdot\delta_{II}-1.0625\,F=0$$

$$\varphi_1=-2.704608\cdot Fm^2/EI,\qquad \varphi_2=0.34150\cdot Fm^2/EI,$$

$$\delta_I=2.311305\cdot Fm^3/EI,\qquad \delta_{II}=0.240559\cdot Fm^3/EI.$$

5. SIŁY RZECZYWISTE

5.1 OBLICZENIE MOMENTÓW BRZEGOWYCH I SIŁ W WIĘZIACH SPRĘŻYSTYCH

Wzór: $M_{ij}^F = M_{ij}^1\cdot\varphi_1+M_{ij}^2\cdot\varphi_2+M_{ij}^I\cdot\delta_I+M_{ij}^{II}\cdot\delta_{II}+M_{ij}^{oF}$.

Obliczenia: $M_{A1}^F=-0.2\cdot\frac{EI}{m}\cdot(-2.704608\cdot\frac{Fm^2}{EI})+0+0+0+\frac{8}{3}Fm=3.20759Fm$,

$$M_{1A}^F=0.2\cdot\frac{EI}{m}\cdot(-2.704608\cdot\frac{Fm^2}{EI})+0+0+0+\frac{16}{3}Fm=4.79241Fm$$

$$M_{B1}^F=0,\qquad M_{1B}^F=M_{1B}^o=3Fm,$$

$$M_{12}^F=\frac{4}{3}\cdot\frac{EI}{m}\cdot(-2.704608\cdot\frac{Fm^2}{EI})+\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m}\cdot 0.34150\cdot\frac{Fm^2}{EI}+\frac{1}{2}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot 2.311305\cdot\frac{Fm^3}{EI}-\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot 0.24056\cdot\frac{Fm^3}{EI}+0=$$
$$=-2.3832\text{Fm},$$

$$M_{21}^F=\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m}\cdot(-2.704608\cdot\frac{Fm^2}{EI})+\frac{4}{3}\cdot\frac{EI}{m}\cdot 0.34150\cdot\frac{Fm^2}{EI}+\frac{1}{2}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot 2.311305\cdot\frac{Fm^3}{EI}-\frac{2}{3}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot 0.24056\cdot\frac{Fm^3}{EI}+0=$$
$$=-0.35246\text{Fm},$$

$$M_{2C}^F=0+\frac{3}{2}\cdot\frac{EI}{m}\cdot 0.34150\cdot\frac{Fm^2}{EI}+0+\frac{3}{8}\cdot\frac{EI}{m^2}\cdot 0.24056\cdot\frac{Fm^3}{EI}-\frac{5}{4}Fm=-0.64754Fm,\qquad M_{C2}^F=0.$$

Moment w więzi rotacyjnej: $S_1^{\varphi}=k_1^{\varphi I}\cdot\varphi_1=2\cdot\frac{EI}{L}\cdot\left(-2.704608\cdot\frac{Fm^2}{EI}\right)=-5.49216\cdot Fm.$

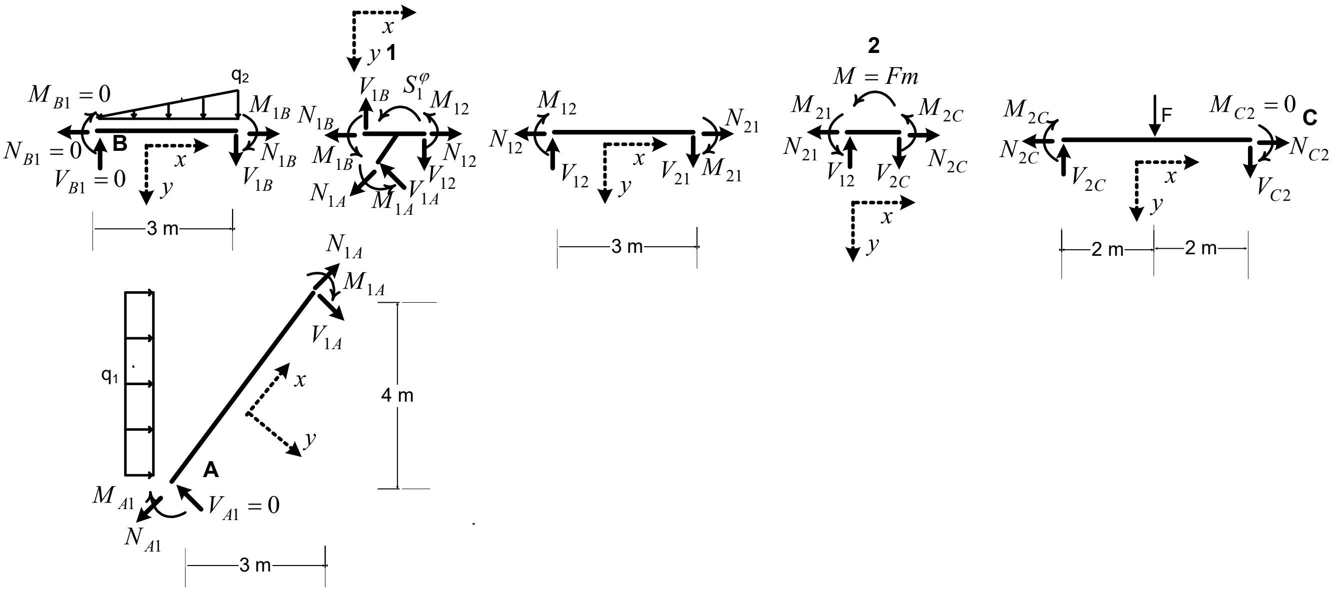
Zmiana długości więzi translacyjnej

$$\Delta L_2=\Delta L_2^I\cdot\delta_I+\Delta L_2^{II}\cdot\delta_{II}=-2\sqrt{3}\cdot 2.3113\cdot Fm^3/EI+0=-2.0016\cdot Fm^3/EI.$$

Siła osiowa w więzi translacyjnej: $S_2^{\delta}=k_2^{\delta I}\cdot\Delta L_2=4\cdot EI/m^3\cdot\left(-2.3113\cdot Fm^3/EI\right)=-8.0064\cdot F.$

5.2 OBLICZENIE SIŁ TNĄCYCH I SIŁ OSIOWYCH ORAZ KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

Brzegowe siły tnące wyznaczymy z równań równowagi prętów a siły osiowe z równań równowagi prętów i węzłów. W tym celu układ dzielimy na pręty i węzły oraz obciążamy wydzielone elementy obciążeniem danym i na brzegach siłami brzegowymi (określonymi już momentami i szukanymi siłami osiowymi i tnącymi) z uwzględnieniem znanych wartości wynikających z warunków podparcia ($N_{B1} = V_{B1} = V_{A1} = 0$)



PRĘT A-1 $\sum M_A = M_{A1} + M_{1A} + V_{1A} \cdot 5m + q_1 \cdot 4m \cdot 2m = 0 \Rightarrow$

$$3.2076Fm + 4.7924Fm + V_{1A} \cdot 5m + 1F/m \cdot 4m \cdot 2m = 0 \Rightarrow V_{1A} = -3.20 \cdot F,$$

$$\sum M_1 = M_{A1} + M_{1A} + V_{A1} \cdot 5m - q_1 \cdot 4m \cdot 2m = 0 \Rightarrow$$

$$3.2076Fm + 4.7924Fm + 0 - 1F/m \cdot 4m \cdot 2m = 0$$ (spełnione tożsamościowo),

$$\sum X = -N_{A1} + N_{1A} + q_1 \cdot 4m \cdot \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow N_{1A} - N_{A1} = -\frac{12}{5} \cdot F,$$

PRĘT B-1 $\sum M_B = M_{B1} + M_{1B} + V_{1B} \cdot 3m + \frac{q_2 \cdot 3m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3m}{3} = 0 \Rightarrow$

$$0 + 3Fm + V_{1B} \cdot 3m + \frac{2F \cdot 3m}{m \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 3m}{3} = 0 \Rightarrow V_{1B} = -3F,$$

$$\sum M_1 = M_{B1} + M_{1B} + V_{B1} \cdot 3m - \frac{q_2 \cdot 3m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3m}{3} = 0 \Rightarrow 3Fm + 0 - \frac{2F \cdot 3m}{m \cdot 2} \cdot \frac{3m}{3} = 0$$

(spełnione tożsamościowo),

$$\sum X = -N_{B1} + N_{1B} = 0 \Rightarrow N_{1B} = N_{B1} = 0.$$

PRĘT 1-2

$$\sum M_1 = M_{12} + M_{21} + V_{21} \cdot 3m = 0 \Rightarrow -2.3832Fm - 0.3525Fm + V_{21} \cdot 3m = 0 \Rightarrow V_{21} = 0.9119F,$$

$$\sum M_2 = M_{12} + M_{21} + V_{12} \cdot 3m = 0 \Rightarrow -2.3832Fm - 0.3525Fm + V_{12} \cdot 3m = 0 \Rightarrow V_{12} = 0.9119F,$$

$$\sum X = -N_{12} + N_{21} = 0 \Rightarrow N_{12} - N_{21} = 0$$

PRĘT 2-C $\sum M_2 = M_{2C} + M_{C2} + V_{C2} \cdot 4m + F \cdot 2m - 1Fm = 0 \Rightarrow$

$$-0.6475Fm + 0 + V_{C2} \cdot 4m + Fm = 0 \Rightarrow V_{C2} = -0.08811F,$$

$$\sum M_B = M_{2C} + M_{C2} + V_{2C} \cdot 4m - F \cdot 2m - 1Fm = 0 \Rightarrow$$

$$-0.6475Fm + 0 + V_{2C} \cdot 4m - 3Fm = 0 \Rightarrow V_{2C} = 0.9119F,$$

$$\sum X = -N_{2C} + N_{C2} = 0 \Rightarrow N_{2C} - N_{C2} = 0$$

WĘZEŁ 1

$$\sum M_1 = -M_{1A} - M_{1B} - M_{12} - S_1^{\varphi} = -4.7924Fm - 3Fm - (-2.3832Fm) - (-5.4092Fm) = 0$$

(spełnione tożsamościowo),

$$\sum Y = V_{12} - V_{1B} - V_{1A} \cdot 0.6 + N_{1A} \cdot 0.8 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$0.9119F - (-3F) - (-3.2F) \cdot 0.6 + N_{1A} \cdot 0.8 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{N}_{1A} = -7.2899F$$

$$\sum X = N_{12} - N_{1B} - N_{1A} \cdot 0.6 - V_{1A} \cdot 0.8 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$N_{12} - 0 - (-7.2899F) \cdot 0.6 - (-3.2F) \cdot 0.8 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{N}_{12} = -6.9339F$$

Z trzeciego równania dla pręta A-1 $\quad \mathrm{N}_{A1} = N_{1A} + \frac{12}{5}F = -7.2899F + 2.4F = -4.8899F.$

WĘZEŁ 2

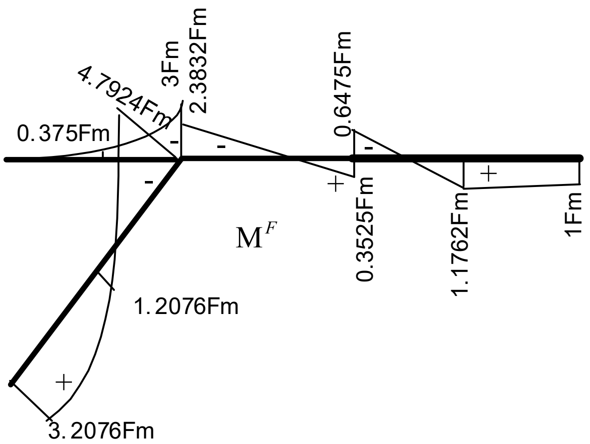
$$\sum M_2 = -M_{21} - M_{2C} - M = -(-0.3525Fm) - (-0.6475Fm) - 1 = 0$$ (spełnione tożsamościowo),

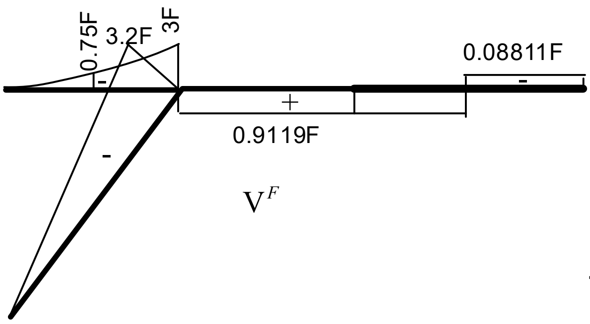
$$\sum Y = V_{2C} - V_{21} = 0.9119 - 0.9119 = 0$$ (spełnione tożsamościowo),

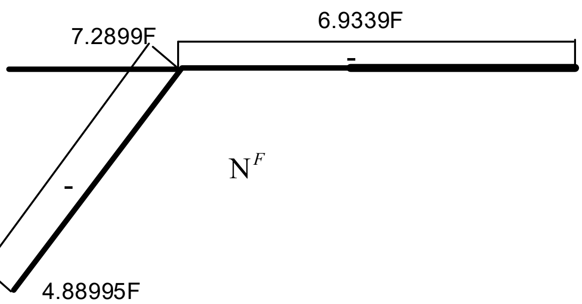
$$\sum X = N_{2C} - N_{21} = -0 + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{N}_{2C} = N_{21} = -6.9339F.$$

Z trzeciego równania dla pręta 2-C wyznaczamy $\quad N_{C2} = N_{2C} = -6.9339F$.

5.3 WYKRESY SIŁ PRZEKROJOWYCH







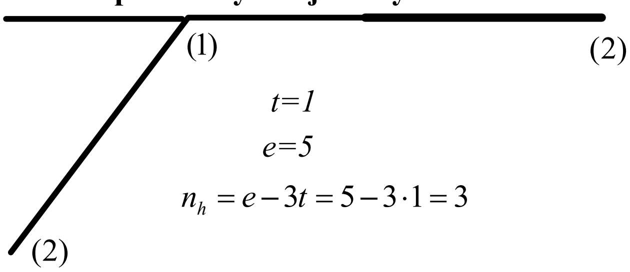
6. KONTROLA ROZWIĄZANIA

6.1 KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

Kontrola ta została wykonana w trakcie wyznaczania sił tnących i osiowych.

6.2 KONTROLA KINEMATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

1) Wyznaczenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu



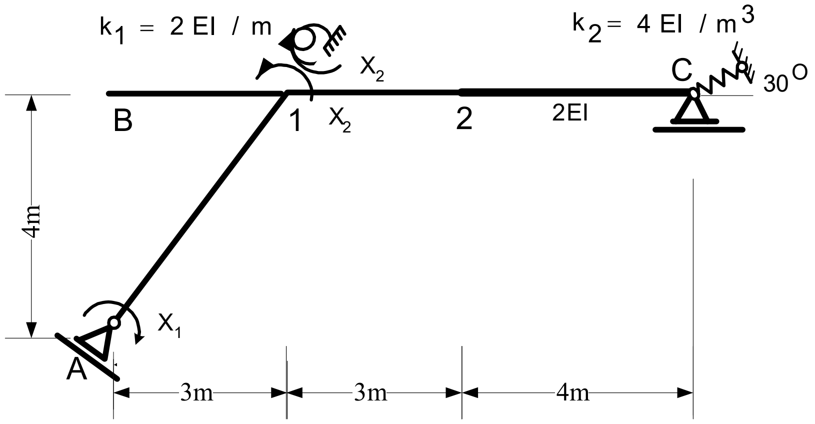
t=1

e=5

$$n_h = e - 3t = 5 - 3 \cdot 1 = 3$$

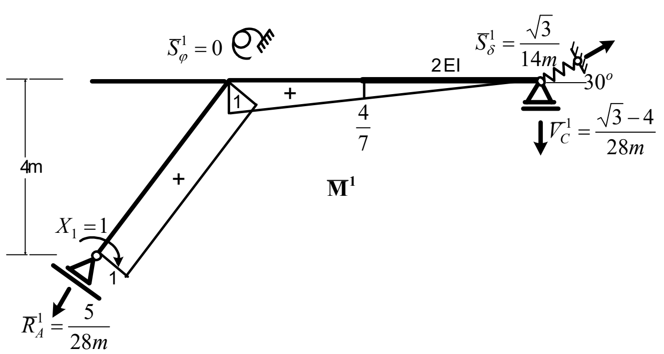
2) Układ podstawowy metody sił bez obciążeń danych

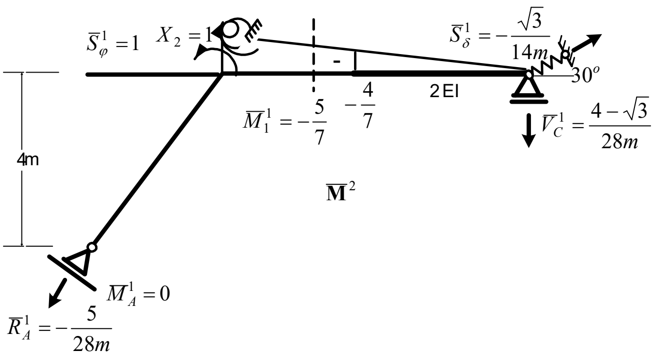
Siły X_1 i X_2 muszą tu być przyjęte z takimi zwrotami jak w rozwiązaniu metodą przemieszczeń .



3) Rozwiązania układu podstawowego metody sił od jednostkowych sił hiperstatycznych

Wartości reakcji i wykresy momentów zginających od obciążenia $X_1 = 1$ $X_2 = 1$ pokazano na rysunkach poniżej.





4) Sprawdzenie kinematycznej zgodności przemieszczeń

Wzór: $$\Delta_{iF} = \int \frac{\overline{M}^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \sum \frac{\overline{S}_s^i \cdot S_s^F}{k_s} \overset{?}{\approx} \Delta_{i,rz}, \qquad \text{dla} \qquad i = 1,2..$$

Obliczenia:

$$\Delta_{1F} = 0 + \frac{5m}{6EI} \cdot (1 \cdot 3.2076 + 4 \cdot 1 \cdot 1.2076 + 1 \cdot (-4.7924)) \cdot Fm + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(1 \cdot (-2.3832) + 4 \cdot \frac{11}{14} \cdot (-1.0154) + \frac{4}{7} \cdot 0.3525\right) \cdot Fm +$$

$$+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(\frac{4}{7} \cdot (-0.6475) + 4 \cdot \frac{3}{7} \cdot 0.2643 + \frac{2}{7} \cdot 1.1762\right) \cdot Fm + \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot 1.1762 + 4 \cdot \frac{1}{7} \cdot 1.0881 + 0\right) \cdot Fm +$$

$$+ 0 + \frac{\sqrt{3} \cdot (-8.0066F) \cdot m^3}{14m \cdot 4 \cdot EI} = 0 = \Delta_{1,rz},$$

$$\Delta_{2F} = 0 + 0 + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(-1 \cdot (-2.3832) + 4 \cdot \left(-\frac{11}{14}\right) \cdot (-1.0154) + \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot 0.3525\right) \cdot Fm +$$

$$+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(-\frac{4}{7} \cdot (-0.6475) + 4 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot 0.2643 + \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot 1.1762\right) \cdot Fm +$$

$$+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(-\frac{2}{7} \cdot 1.1762 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot 1.0881 + 0\right) \cdot Fm + \frac{1 \cdot (- -5.4092) Fm \cdot m}{2 \cdot EI} + \frac{-\sqrt{3} \cdot \cdot (-8.0066F) \cdot m^3}{14m \cdot 4 \cdot EI} = 0 = \Delta_{2,rz}.$$

Otrzymane rozwiązanie jest, więc kinematycznie dopuszczalne.