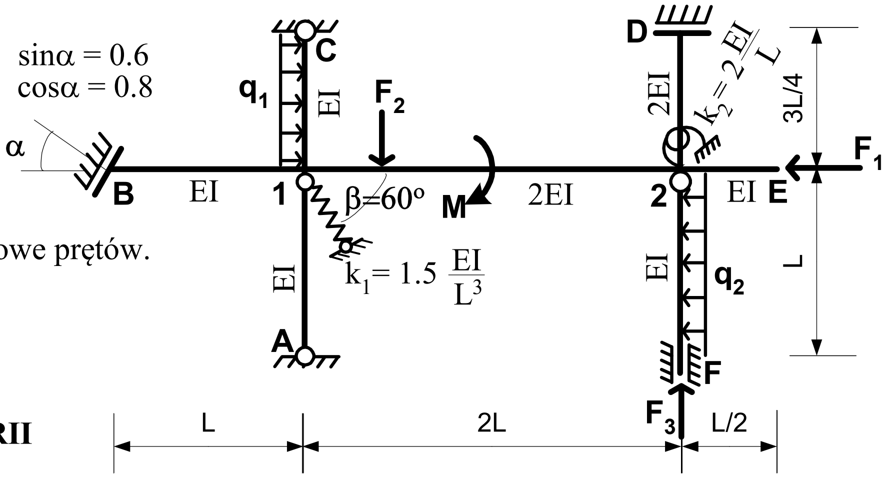
WYZNACZENIE DŁUGOŚCI WYBOCZENIOWYCH PRĘTÓW

Dla ramy pokazanej na rysunku wyznaczyć długości wyboczeniowe prętów.



0.. SIŁY OSIOWE WG TEORII 1-GO RZĘDU

Przyjmiemy, że przedstawione symbolicznie na rysunku powyżej obciążenia mają takie wartości, że siły osiowe w prętach uzyskane w wyniku rozwiązania ramy od tych obciążeń wg teorii rzędu 1-go są następujące: $N_{12} = -100kN$, $N_{1A} = -180kN$, $N_{1B} = +36kN$,

$N_{1C} = 0$, $N_{2D} = -128kN$, $N_{2E} = -64kN$, $N_{2F} = -64kN$.

Jak widać, w stosunku do przykładu 1 większa jest siła ściskająca pręt 1-A.

Obliczenia i ich wyniki w punktach 1 do 4.3, to jest do postaci szczegółowej równania stateczności, są identyczne jak w przykładzie 1, więc nie będziemy ich powtarzać. Różnice zaczną się od punktu 4.4, więc wykorzystamy te wyniki z przykładu 1 zaczniemy rozwiązanie od punktu 4.4.

4.4..ROZWIĄZANIE RÓWNANIA STATECZNOŚCI

Równanie stateczności rozwiążemy zakładając proporcjonalny wzrost wszystkich obciążeń do wartości krytycznych, co odpowiada wprowadzeniu mnożnika obciążenia i sił osiowych γ.

Poniżej zestawiono siły osiowe otrzymane w wyniku rozwiązania ramy wg teorii rzędu I-go pomnożone przez mnożnik obciążenia γ oraz wyrażono parametry $\lambda_{ij} = L_{ij} \cdot \sqrt{\frac{|N_{ij}|}{EI_{ij}}}$ (dla prętów ściskanych) i $\bar{\lambda}_{ij} = L_{ij} \cdot \sqrt{\frac{N_{ij}}{EI_{ij}}}$ (dla prętów rozciąganych) przez parametr porównawczy λ.

$$N_{12} = -100kN \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \lambda_{12} = L_{12} \cdot \sqrt{\frac{|N_{12}|}{EI_{12}}} = 2 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{100kN \cdot \gamma}{2EI}} = 14.1421 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}},$$

$$N_{1A} = -180kN \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1A} = L_{1A} \cdot \sqrt{\frac{|N_{1A}|}{EI_{1A}}} = L \cdot \sqrt{\frac{180kN \cdot \gamma}{EI}} = 13.4164 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}},$$

$$N_{1B} = +36kN \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \bar{\lambda}_{1B} = L_{1B} \cdot \sqrt{\frac{N_{1B}}{EI_{1B}}} = L \cdot \sqrt{\frac{36kN \cdot \gamma}{EI}} = 6 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}},$$

$$N_{1C} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1C} = 0$$

$$N_{2D} = -128kN \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \lambda_{2D} = L_{2D} \cdot \sqrt{\frac{|N_{2D}|}{EI_{2D}}} = \frac{3L}{4} \cdot \sqrt{\frac{128kN \cdot \gamma}{2EI}} = 6 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}},$$

$$N_{2E} = -64kN \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \lambda_{2E} = L_{2E} \cdot \sqrt{\frac{|N_{2E}|}{EI_{2E}}} = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{64kN \cdot \gamma}{EI}} = 4 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}},$$

$$N_{2F} = -64kN \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \lambda_{2F} = L_{2F} \cdot \sqrt{\frac{|N_{2F}|}{EI_{2F}}} = L \cdot \sqrt{\frac{64kN \cdot \gamma}{EI}} = 8 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}}.$$

Jak widać największą wartość ma $\lambda_{12} = 14.1421 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}}$, przyjmujemy ją jako porównawczą.

$$\lambda = \lambda_{12} = 14.1421 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}} \qquad \Rightarrow \qquad L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}} = \frac{\lambda}{14.1421}.$$

Podstawiając $\frac{\lambda}{14.1421}$ za $L \cdot \sqrt{\frac{kN \cdot \gamma}{EI}}$ do powyższych wyrażeń na λ_{ij} otrzymujemy:

$\lambda_{12} = \lambda$, $\lambda_{1A} = \frac{13.4164}{14.1421} \cdot \lambda = 0.9487 \cdot \lambda$, $\overline{\lambda_{1B}} = \frac{6}{14.1421} \cdot \lambda = \overline{0.4243 \cdot \lambda}$, $\lambda_{1C} = 0$,

$\lambda_{2D} = \frac{6}{14.1421} \cdot \lambda = 0.4243 \cdot \lambda$, $\lambda_{2E} = \frac{4}{14.1421} \cdot \lambda = 0.2828 \cdot \lambda$, $\lambda_{2F} = \frac{8}{14.1421} \cdot \lambda = 0.5657 \cdot \lambda$

W wyniku rozwiązania równania stateczności otrzymano wartość krytyczną parametru $\lambda = 3.5978$, dla której $\det K(\lambda) = 0.032$

5..WSPÓŁCZYNNIKI DŁUGOŚCI WYBOCZENIOWYCH PRĘTÓW

Znając wartość krytyczną parametru λ obliczamy dla prętów ściskanych, wykorzystując związki określone w punkcie 4.4 wartości krytyczne parametrów λ_{ij} i współczynniki długości wyboczeniowych $\mu_{ij} = \pi / \lambda_{ij}$. Obliczenia te wykonano w poniższej tabeli. W tabeli tej przytoczono też znane z wytrzymałości materiałów wartości parametrów $\lambda_{ij\,lok}$ oraz $\mu_{ij\,lok}$ odpowiadające lokalnej utracie stateczności poszczególnych prętów.

	λ_{ij}		$\lambda_{ij\,lok}$		μ_{ij}		$\mu_{ij\,lok}$	Uwagi
$\lambda_{12} = \lambda$	3.5978	<	6.2832		0.8732	>	0.5	
$\lambda_{1A} = 0.9487\lambda$	**3.4132**	>	**3.1416**		**0.92042**	<	**1**	
$\lambda_{1B} = \underline{0.4243\lambda}$	<u>1.5265</u>							pręt rozciągany
$\lambda_{1C} = 0$	0							N=0
$\lambda_{2D} = 0.4243\lambda$	1.5265	<	3.1416		2.05798	>	1	
$\lambda_{2E} = 0.2828\lambda$	1.0175	<	1.5708		3.0877	>	2	
$\lambda_{2F} = 0.5657\lambda$	2.0353	<	4.488		1.54357	>	0.7	

Uzyskane wyniki powinny spełniać warunki $\lambda_{ij} \le \lambda_{ij\,lok}$, $\mu_{ij} \ge \mu_{ij\,lok}$. Okazuje się jednak, że dla pręta 1A (pręt przegubowo-przegubowy) warunki te nie są spełnione. Ponieważ przedstawione rozwiązanie w przyjętej bazie nie uwzględnia możliwości utraty stateczności tego pręta przez jego wygięcie, której to utracie stateczności odpowiada, w rozwiązywanym zadaniu, większy współczynnik długości wyboczeniowej $\mu_{1A lok} = 1$, o nośności układu decyduje możliwość lokalnej utraty stateczności tego pręta. Zatem należy przyjąć: $\mu_{1A} = 1$. Stąd $\lambda_{1A} = \mu_{1A} \cdot \pi = 3.1415 = 0.9487 \cdot \lambda$ a stąd wartość krytyczna parametru $\lambda = 3.1416 / 0.9487 = 3.3115$

i krytyczny mnożnik obciążenia $\gamma = \frac{EI \cdot \lambda^2}{200kN \cdot L^2} = \frac{3.3115^2}{200} \cdot \frac{EI}{kN \cdot L^2} = 0.05483 \cdot \frac{EI}{kN \cdot L^2}$.

Uwzględniając tę wartość parametru λ obliczamy parametry λ_{ij} i $\mu_{ij} = \pi / \lambda_{ij}$ analogicznie jak powyżej

	λ_{ij}		$\lambda_{ij\ lok}$		μ_{ij}		$\mu_{ij\ lok}$	Uwagi
$\lambda_{12} = \lambda$	3.3115	<	2π		**0.9487**	>	0.5	
$\lambda_{1A} = 0.9487\lambda$	3.1416	=	π		**1**	=	1	
$\lambda_{1B} = \underline{0.4243\lambda}$	<u>1.4051</u>							pręt rozciągany
$\lambda_{1C} = 0$	0							N=0
$\lambda_{2D} = 0.4243\lambda$	1.4051	<	π		**2.2359**	>	1	
$\lambda_{2E} = 0.2828\lambda$	0.9365	<	$\pi/2$		**3.3546**	>	2	
$\lambda_{2F} = 0.5657\lambda$	1.8733	<	4.488		**1.6770**	>	0.7	

Tak uzyskane wyniki spełniają już warunki $\lambda_{ij} \le \lambda_{ij\ lok}$, $\mu_{ij} \ge \mu_{ij\ lok}$ dla wszystkich prętów.

Uwaga: Przedstawiony w tym zadaniu problem (lokalnej utraty stateczności) można „ominąć” przez przyjęcie dla tego pręta elementu, w którym występuje stopień swobody obrotu, co uwzględni możliwość utraty stateczności w postaci jego wygięcia się w rozwiązaniu globalnym. Zilustrowano to w przykładzie 3.