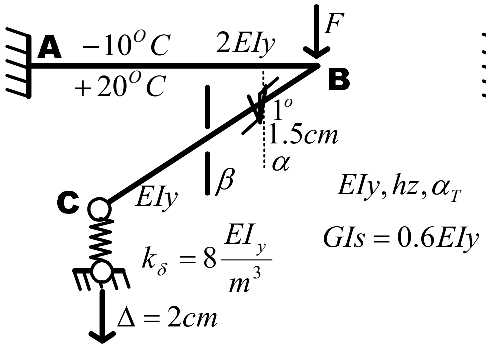
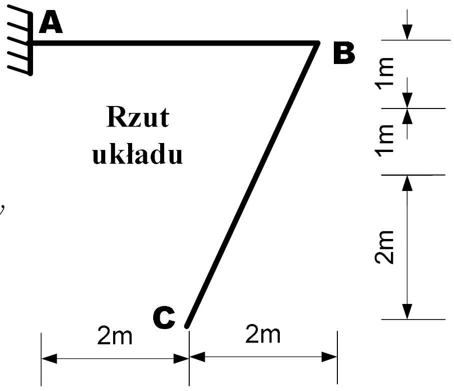
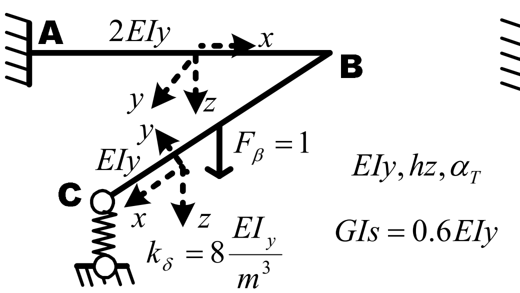
WYZNACZENIE PRZEMIESZCZENIA OD KILKU OBCIAŻEŃ

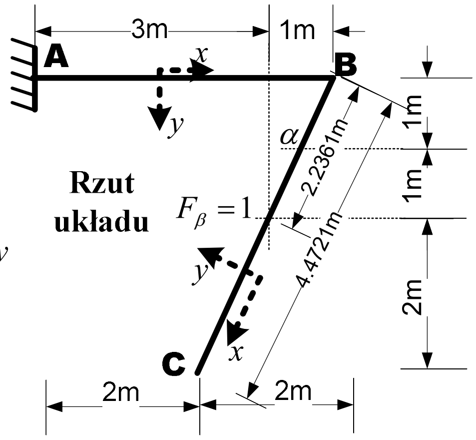
Dany jest dźwigar załamany w planie jak na rys. obok, obciążony trzema typami obciążeń. Obliczyć zaznaczone przemieszczenie stosując podejście najefektywniejsze do rozwiązania postawionego zadania.



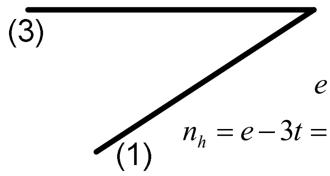


I..ROZWIAZANIE DŹWIGARA DANEGO OD OBCIAŻENIA JEDNOSTKOWEGO $F_\beta = 1$ METODĄ SIŁ





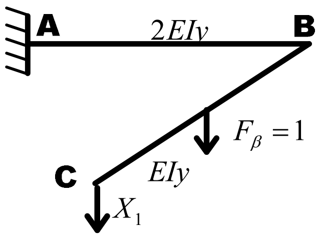
1..WYZNACZENIE STOPNIA STATYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI



$$t = 1$$
$$e = 3 + 1 = 4$$
$$n_h = e - 3t = 4 - 3 \cdot 1 = 1$$

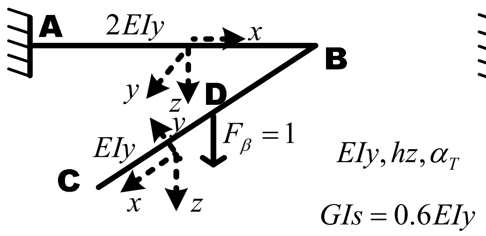
2..UKŁAD PODSTAWOWY I ODPOWIADAJĄCY MU UKŁAD RÓWNAŃ

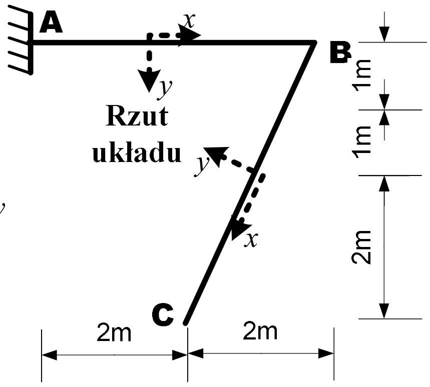
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1\beta} = \Delta_{1rz} = -\frac{X_1}{k_\delta}$$



3..ROZWIĄZANIA UKŁADU PODSTAWOWEGO

3.1..ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $F_\beta = 1$





Stanisław Żukowski

Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

Pręt A-B $\overline{M}x^{\beta}_{AB} = \overline{M}x^{\beta}_{BA} = 1\cdot 2m = +2m$, $\overline{M}y^{\beta}_{AB} = -1\cdot 3m = -3m$, $\overline{M}y^{\beta}_{BA} = 1\cdot 1m = +1m$,

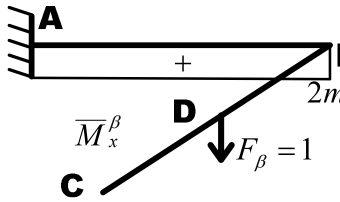
$\overline{V}z^{\beta}_{AB} = \overline{V}z^{\beta}_{BA} = +1$.

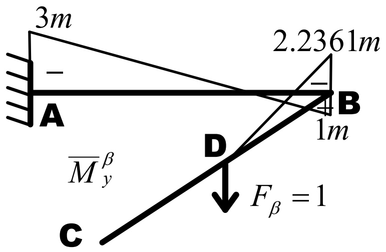
Pręt B-C $\overline{M}x^{\beta}_{BC} = \overline{M}x^{\beta}_{CB} = 0$, $\overline{M}y^{\beta}_{BD} = -1\cdot\sqrt{2^2+1^2}\,m = -2.2361m$, $\overline{M}y^{\beta}_{DB} = 0$

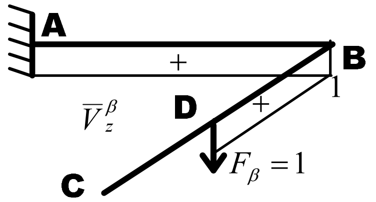
$\overline{M}y^{\beta}_{DC} = \overline{M}y^{\beta}_{CD} = 0$, $\overline{V}z^{\beta}_{BD} = \overline{V}z^{\beta}_{DB} = +1$, $\overline{V}z^{\beta}_{DC} = \overline{V}z^{\beta}_{CD} = 0$.

Siła osiowa w więzi sprężystej: $\overline{S}^{\beta}_{\delta} = 0$.

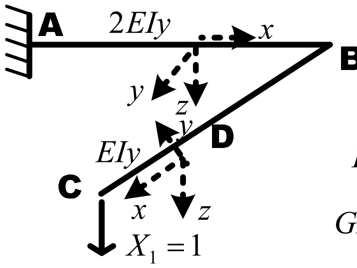
Wykresy sił przekrojowych.





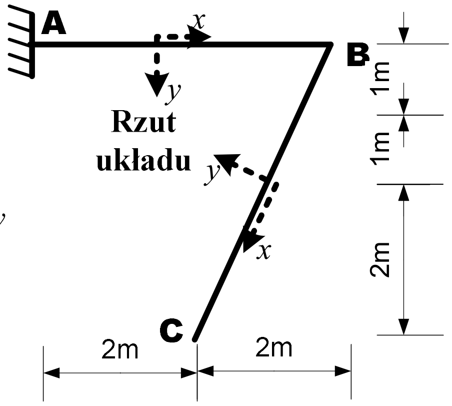


3.2..ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA $X_1 = 1$



EIy, hz, α_T

$GIs = 0.6EIy$



Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

Pręt A-B $\overline{M}x^{1}_{AB} = \overline{M}x^{1}_{BA} = 1\cdot 4m = +4m$, $\overline{M}y^{1}_{AB} = -1\cdot 2m = -2m$, $\overline{M}y^{\beta}_{BA} = 1\cdot 2m = +2m$,

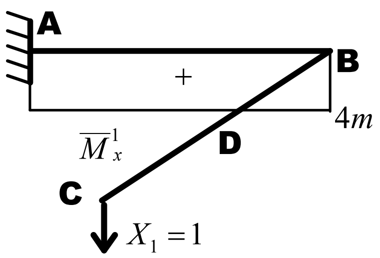
$\overline{V}z^{2}_{AB} = \overline{V}z^{2}_{BA} = +1$.

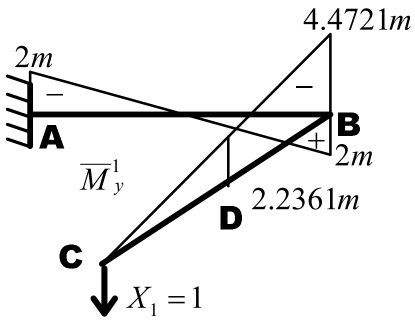
Pręt B-C $\overline{M}x^{1}_{BC} = \overline{M}x^{1}_{CB} = 0$, $\overline{M}y^{1}_{BC} = -1\cdot\sqrt{4^2+2^2}\,m = -4.4721m$, $\overline{M}y^{1}_{CB} = 0$

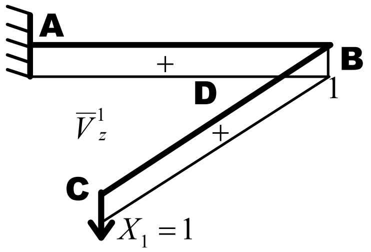
$\overline{M}y^{1}_{D} = -4.4721m/2 = -2.2361m$, $\overline{V}z^{\beta}_{BC} = \overline{V}z^{\beta}_{CB} = +1$.

Siła osiowa w więzi sprężystej: $\overline{S}^{1}_{\delta} = 0$.

Wykresy sił przekrojowych.







4..UKŁAD RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE.

4.1..OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ

$$\delta_{11} = \int\limits_{AB,BC} \frac{\overline{M}x^1\cdot\overline{M}x^1}{GIs}\cdot dx + \int\limits_{AB,BC} \frac{\overline{M}y^1\cdot\overline{M}y^1}{EIy}\cdot dx + \frac{\overline{S}^1_\delta\cdot\overline{S}^1_\delta}{k_\delta} = \frac{1}{0.6\cdot 2EIy}\cdot 4m\cdot 4m\cdot 4m + 0 +$$

$$+\frac{4m}{6\cdot 2EIy}\cdot\left(\left(-2m\right)\cdot\left(-2m\right)+0+2m\cdot 2m\right)+\frac{1}{EIy}\cdot\frac{-4.4721m\cdot 4.4721m}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(-4.4721m\right)+0 = 85.8142\frac{m^3}{EIy}$$

$$\delta_{1\beta}=\int\limits_{AB,BC}\frac{\overline{M}x^{1}\cdot\overline{M}x^{\beta}}{GIs}\cdot dx+\int\limits_{AB,BD,DC}\frac{\overline{M}y^{1}\cdot\overline{M}y^{\beta}}{EIy}\cdot dx+\frac{\overline{S}_{\delta}^{1}\cdot\overline{S}_{\delta}^{\beta}}{k_{\delta}}=\frac{1}{0.6\cdot 2EIy}\cdot 4m\cdot 4m\cdot 2m+0+$$

$$+\frac{4m}{6\cdot 2EIy}\cdot\left(\left(-2m\right)\cdot\left(-3m\right)+0+2m\cdot 1m\right)+$$

$$+\frac{2.2361m}{6EIy}\cdot\left(\left(-4.4721m\right)\cdot\left(-2.2361m\right)+4\cdot(-3.3541m)\cdot(-1.1180m)+0\right)+0+0=38.6503\frac{m^{3}}{EIy}.$$

4.2..POSTAĆ SZCZEGÓŁOWA UKŁADU RÓWNAŃ

$$85.8142\frac{m^{3}}{EIy}\cdot X_{1}+38.6503\frac{m^{3}}{EIy}=-\frac{X_{1}\cdot m^{3}}{8EI_{y}}\quad\Rightarrow\quad 85.9392\frac{m^{3}}{EIy}\cdot X_{1}+38.6503\frac{m^{3}}{EIy}=0$$

4.3..ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ $X_{1}=X_{1}^{\beta}=-0.4497$.

5..SIŁY „RZECZYWISTE" OD $F_{\beta}=1$

5.1..OBLICZENIE WARTOŚCI RZĘDNYCH CHARAKTERYSTYCZNYCH

$Mx_{AB}^{\beta}=Mx_{BA}^{\beta}=4m\cdot X_{1}+2m=0.2012m,$ $Mx_{BC}^{\beta}=Mx_{CB}^{\beta}=0,$

$My_{AB}^{\beta}=-2m\cdot X_{1}-3m=-2.1006m,$ $My_{BA}^{\beta}=2m\cdot X_{1}+1m=0.1006m,$

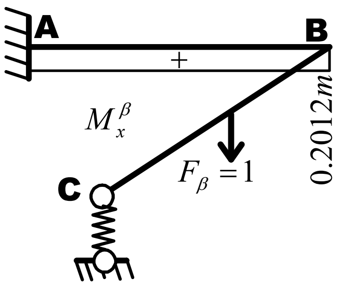
$My_{BC}^{\beta}=-4.4721m\cdot X_{1}-2.2361=-0.2250m,$ $My_{CB}^{\beta}=0,$

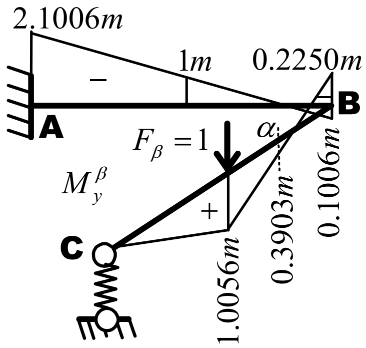
$My_{D}^{\beta}=-2.2361m\cdot X_{1}+0=+1.0056m,$ α

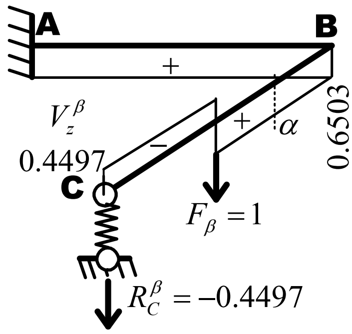
$Vz_{AB}^{\beta}=Vz_{BA}^{\beta}=1\cdot X_{1}+1=0.6503,$ $Vz_{BD}^{\beta}=Vz_{DB}^{\beta}=1\cdot X_{1}+1=+0.6503,$

$Vz_{DC}^{\beta}=Vz_{Cd}^{\beta}=1\cdot X_{1}=0=-0.4497,$ $S_{\delta}^{\beta}=X_{1}=-0.4497,$ $R_{\Delta}^{\beta}=X_{1}=-0.4497.$

5.2..WYKRESY SIŁ PRZEKROJOWYCH

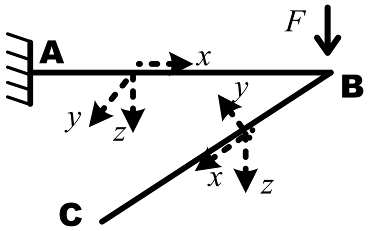


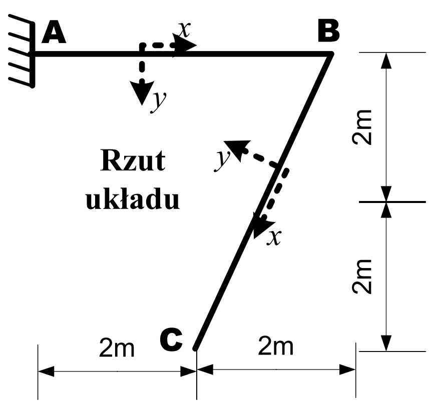




II.ROZWIAZANIA IZOSTATYCZNYCH MODELI DŹWIGARA OD OBCIĄŻEŃ DANYCH

1..ROZWIAZANIE IZOSTATYCZNEGO MODELU DŹWIGARA OD OBCIĄŻENIA „F"





Stanisław Żukowski

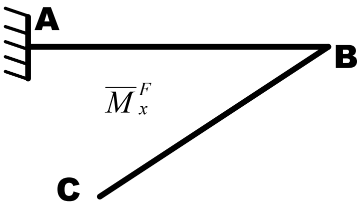
Obliczenie wartości rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych.

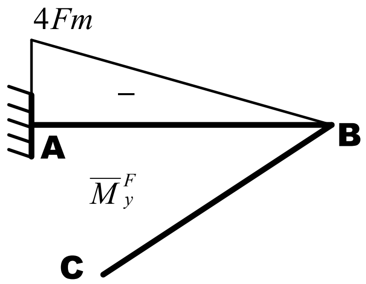
Pręt A-B $\overline{M}x^F_{AB}=\overline{M}x^F_{BA}=0,\quad \overline{M}y^F_{AB}=-F\cdot 4m=-4Fm,\quad \overline{M}y^F_{BA}=0,$

Pręt B-C $\overline{M}x^F_{BC}=\overline{M}x^F_{CB}=0,\quad \overline{M}y^F_{BC}=\overline{M}y^F_{CB}=0.$

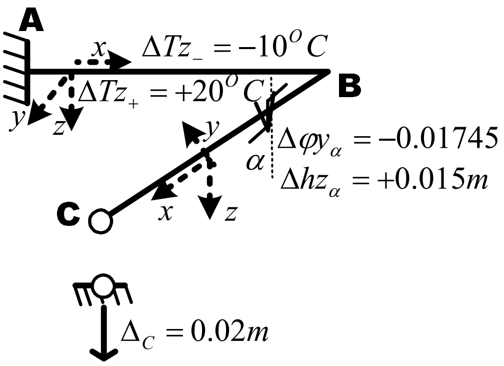
Siła osiowa w więzi sprężystej: $\overline{S}^F_\delta=0$.

Wykresy sił przekrojowych





2..ROZWIAZANIA IZOSTATYCZNEGO MODELU DŹWIGARA OD ZMIAN TEMPERATURY I PRZEMIESZCZEŃ



Rozwiązania od tych obciążeń, w zakresie sił są znane, to jest „zerowe", co oznacza, że nie potrzeba ich wykonywać.

III..OBLICZENIE SZUKANYCH PRZEMIESZCZEŃ.

$$\Delta_{\beta F}=\int\limits_{AB,BC}\frac{Mx^\beta\cdot\overline{M}xy^F}{GIy}\cdot dx+\int\limits_{AB,BC}\frac{My^\beta\cdot\overline{M}y^F}{EIy}\cdot dx+\frac{S^\beta_\delta\cdot\overline{S}^F_\delta}{k_\delta}=0+0+$$

$$+\frac{4m}{6\cdot 2EIy}\cdot\left((-4kNm)\cdot(-2.1006m)+4\cdot(-2kNm)\cdot(-1m)+0\right)+0+0==5.4675\frac{kNm^3}{EIy},$$

$$\Delta_{\beta T}=\int\limits_{AB}My^\beta\cdot\frac{\alpha_T}{hz}\cdot(\Delta Tz_+-\Delta Tz_-)\cdot dx=\sum\left[\Omega_{My^{\beta i}}\cdot\frac{\alpha_T}{hz}\cdot(\Delta Tz_+-\Delta Tz_-)\right]_{AB}=$$

$$=\frac{0.1006m-2.1006m}{2}\cdot 4m\cdot\left(20-(-10)\right)^o C\cdot\alpha_T/hz=-120^o C\cdot m^2\cdot\alpha_T/hz,$$

$$\Delta_{\beta\Delta}=My^\beta_\alpha\cdot\Delta\varphi y_\alpha+Vz^\beta_\alpha\cdot\Delta hz_\alpha-Rz^\beta_C\cdot\Delta_C=$$

$$=0.3903m\cdot(-0.01745)+0.6503\cdot 0.015m-(-0.4497)\cdot 0.02m=+0.018m.$$