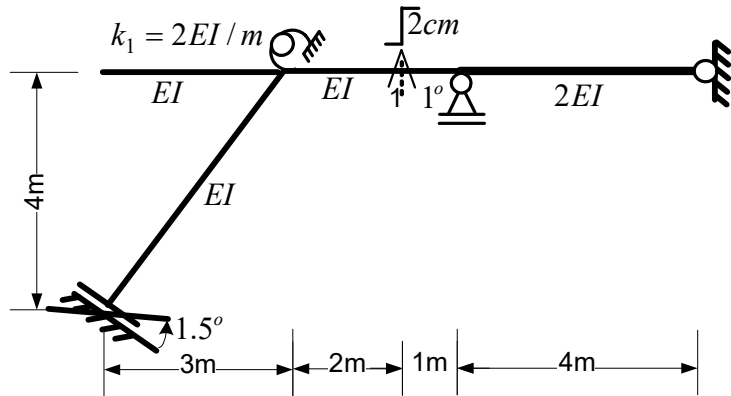


1. ROZWIĄZANIE RAMY METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

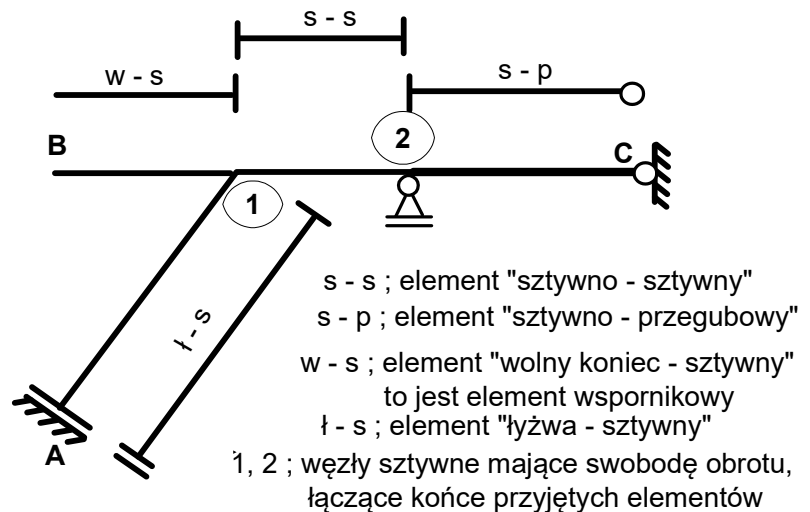
Ramę pokazaną na rysunku rozwiązać metodą przemieszczeń i dokonać kontroli rozwiązania.



1.1 WYZNACZENIE STOPNIA GEOMETRYCZNEJ NIETYCZALNOŚCI

1.1.1 PODZIAŁ NA ELEMENTY I WYZNACZENIE LICZBY STOPNI SWOBODY OBROTU WĘZŁÓW

Podział układu na elementy, dla których dane są wzory transformacyjne przedstawiono na rysunku obok



Z przyjętego podziału na elementy wynika, że:

– dla pręta A-1 stosować będziemy wzory transformacyjne w postaci

$$- M_{A1} = \frac{EI_{A1}}{L_{A1}}(\varphi_{A1} - \varphi_{1A}) + M_{A1}^o, \quad M_{1A} = \frac{EI_{A1}}{L_{A1}}(\varphi_{1A} - \varphi_{A1}) + M_{1A}^o, \quad \text{gdzie } \varphi_{A1} = 0,$$

– dla pręta B-1 stosować będziemy wzory transformacyjne w postaci

$$- M_{B1} = M_{B1}^o, \quad M_{1B} = M_{1B}^o,$$

– dla pręta 1-2 stosować będziemy wzory transformacyjne w postaci

$$- M_{12} = \frac{EI_{12}}{L_{12}}(4 \cdot \varphi_{12} + 2 \cdot \varphi_{21}) + M_{12}^o, \quad M_{21} = \frac{EI_{12}}{L_{12}}(4 \cdot \varphi_{21} + 2 \cdot \varphi_{12}) + M_{21}^o,$$

– dla pręta 2-C stosować będziemy wzór transformacyjny w postaci

$$- M_{2C} = \frac{EI_{2C}}{L_{2C}}(3 \cdot \varphi_{2C}) + M_{2C}^o, \quad M_{C2} = 0$$

Uwzględniając, że $\varphi_{A1} = 0$, $\varphi_{1A} = \varphi_{1B} = \varphi_{12} = \varphi_1$, $\varphi_{21} = \varphi_{2C} = \varphi_2$ stwierdzamy, że wszystkie kąty obrotu końców prętów określone są przez kąty obrotu 2 węzłów φ_1 i φ_2 , więc

– liczba stopni swobody obrotu węzłów wynosi $n_\varphi = 2$.

1.1.2 SPRAWDZENIE CZY UKŁAD JEST NIEPRZESUWNY

1) Model układu o węzłach przegubowych przedstawiono na rysunku poniżej. Więzi oznaczone liniami przerywanymi odbierają stopnie swobody przesuwu, które zostały już uwzględnione we współczynnikach wzorów transformacyjnych (dotyczy to elementu wspornikowego i elementu sztywno-łyżwowego).

2) Oszacowanie liczby stopni swobody przesuwu modelu przegubowego

$$n_{\delta} \geq 2 \cdot w - p - r = 2 \cdot 8 - 7 - 9 = 0,$$

gdzie w - liczba węzłów,

p - liczba prętów,

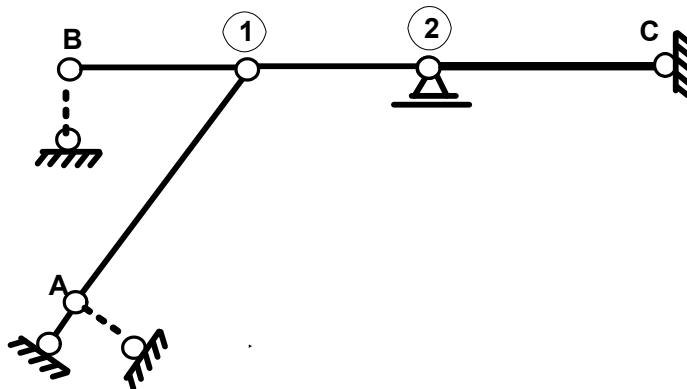
r - liczba więzi podporowych.

Oznacza to, że układ może być nieprzesuwny.

3) Analiza kinematyczna potwierdza, że model przegubowy jest geometrycznie niezmienny, co oznacza, że układ dany jest nieprzesuwny.

Stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi,

więc
$$n_g = n_{\varphi} + n_{\delta} = 2 + 0.$$



1.2 UKŁAD PODSTAWOWY

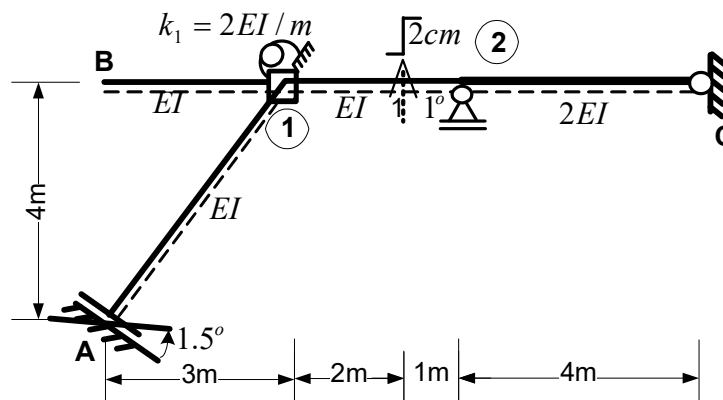
Układ podstawowy tworzymy z układu danego przez dodanie n_{φ} więzi rotacyjnych

Uwzględniając wprowadzone oznaczenia, dane przemieszczenia podpór i błędy montażu wynoszą:

$$\varphi_A = -1.5^\circ = -1.5 \cdot \pi / 180 = -0.02618$$

$$\Delta\varphi_1 = +1 = 1 \cdot \pi / 180 = 0.01745,$$

$$\Delta h_1 = -2\text{cm} = -0.02\text{m},$$



1.3 ROZWIĄZANIA UKŁADU PODSTAWOWEGO

1.3.1 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO

Należy pamiętać, że poszczególne stany obciążeń rozpatrujemy rozłącznie, to jest, że stanowi obciążeń danych towarzyszy $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Momenty brzegowe od błędów montażu typu $\Delta\varphi$ i Δh wyznacza się tylko dla prętów, na których te błędy występują na podstawie odpowiednich wzorów zależnych od typów prętów (dla pozostałych prętów są równe zero):

$$M_{12}^{o\Delta}(\Delta\varphi) = 2 \cdot (3 \cdot \xi - 2) \cdot \left(\frac{EI}{L} \right)_{12} \cdot \Delta\varphi_1 = 2 \cdot \left(3 \cdot \frac{2}{3} - 2 \right) \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \Delta\varphi_1 = 0,$$

$$M_{21}^{o\Delta}(\Delta\varphi) = 2 \cdot (3 \cdot \xi - 1) \cdot \left(\frac{EI}{L} \right)_{12} \cdot \Delta\varphi_1 = 2 \cdot \left(3 \cdot \frac{2}{3} - 1 \right) \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \Delta\varphi_1 = 0.011636 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$M_{12}^{o\Delta}(\Delta h) = M_{21}^{o\Delta}(\Delta h) = 6 \cdot \left(\frac{EI}{L^2} \right)_{12} \cdot \Delta h_1 = 6 \cdot \frac{EI}{9m^2} \cdot (-0.02m) = -0.013333 \cdot \frac{EI}{m}.$$

Momenty brzegowe od obrotów węzłów φ_i (końców prętów) wyznacza się tylko dla prętów, których końców te obroty dotyczą, ze wzorów transformacyjnych (można też ze wzorów jak wyżej przy założeniu, że są to błędy typu $\Delta\varphi$ usytuowane na końcu pręta to jest dla $\xi = 0$ lub $\xi = 1$)

$$M_{A1}^{\circ\Delta}(\varphi) = \left(\frac{EI}{L}\right)_{A1} \cdot (a_{A1} \cdot \varphi_A + b_{A1} \cdot \varphi_1) = \frac{EI}{5m} \cdot (1 \cdot (-0.02618) - 1 \cdot 0) = -0.005236 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$M_{1A}^{\circ\Delta}(\varphi) = \left(\frac{EI}{L}\right)_{A1} \cdot (a_{1A} \cdot \varphi_1 + b_{1A} \cdot \varphi_A) = \frac{EI}{5m} \cdot (1 \cdot 0 - 1 \cdot (-0.02618)) = 0.005236 \cdot \frac{EI}{m},$$

1.3.2 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\varphi_1 = 1$

W tym stanie obciążenia uwzględniamy: $\varphi_1 = 1$, $\varphi_2 = 0$, $\delta_I = \delta_{II} = 0$ ($\psi_{ij} = \psi_{ij}^1 = 0$) i brak obciążenia danego. Korzystamy, więc ze wzorów w postaci $M_{ij}^1 = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (a_{ij} \cdot \varphi_{ij}^1 + b_{ij} \cdot \varphi_{ji}^1)$,

do których podstawiamy $\varphi_{1A}^1 = \varphi_{1B}^1 = \varphi_{12}^1 = \varphi_1 = 1$, i pozostałe $\varphi_{ij}^1 = 0$

Momenty brzegowe wynoszą:

$$\begin{aligned} - M_{A1}^1 &= \frac{EI}{5m} (0 - 1) = -0.2 \cdot \frac{EI}{m}, & M_{1A}^1 &= \frac{EI}{5m} (1 - 0) = 0.2 \cdot \frac{EI}{m}, & M_{1A}^1 + M_{A1}^1 &= 0, \\ - M_{B1}^1 &= M_{1B}^1 = 0, & & & M_{1B}^1 + M_{B1}^1 &= 0, \\ - M_{12}^1 &= \frac{EI}{3m} (4 \cdot 1 + 2 \cdot 0) = \frac{4}{3} \cdot \frac{EI}{m}, & M_{21}^1 &= \frac{EI}{3m} (4 \cdot 0 + 2 \cdot 1) = \frac{2}{3} \cdot \frac{EI}{m}, & M_{12}^1 + M_{21}^1 &= 2 \cdot \frac{EI}{m}, \\ - M_{2C}^1 &= \frac{2EI}{4m} (3 \cdot 0) = 0, & M_{C2}^1 &= 0, & M_{2C}^1 + M_{C2}^1 &= 0, \\ - S_1^1 &= k_1^\varphi \cdot \varphi_1 = 2 \cdot EI / m \text{ (Moment } S\varphi \text{ działający na wież sprężystą traktowany tu jest jak moment brzegowy} \\ & \text{pręta: prawoskrętny: „+”, lewoskrętny „-”,} \\ & \text{Dodatnia reakcja więzi na węzeł jest lewoskrętna tak jak moment brzegowy pręta).} \end{aligned}$$

1.3.3 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\varphi_2 = 1$

W tym stanie obciążenia uwzględniamy: $\varphi_2 = 1$, $\varphi_1 = 0$, $\delta_I = \delta_{II} = 0$ ($\psi_{ij} = \psi_{ij}^2 = 0$) i brak obciążenia danego. Momenty obliczamy ze wzorów $M_{ij}^2 = \left(\frac{EI}{L}\right)_{ij} (a_{ij} \cdot \varphi_{ij}^2 + b_{ij} \cdot \varphi_{ji}^2)$,

do których podstawiamy $\varphi_{21}^2 = \varphi_{2C}^2 = \varphi_2 = 1$, i pozostałe $\varphi_{ij}^2 = 0$

Momenty brzegowe wynoszą:

$$\begin{aligned} - M_{A1}^2 &= \frac{EI}{5m} (0 - 0) = 0, & M_{1A}^2 &= \frac{EI}{5m} (0 - 0) = 0, & M_{1A}^2 + M_{A1}^2 &= 0, \\ - M_{B1}^2 &= M_{1B}^2 = 0, & & & M_{1B}^2 + M_{B1}^2 &= 0, \\ - M_{12}^2 &= \frac{EI}{3m} (4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 6 \cdot 0) = \frac{2}{3} \cdot \frac{EI}{m}, & M_{21}^2 &= \frac{EI}{3m} (4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 6 \cdot 0) = \frac{4}{3} \cdot \frac{EI}{m}, & M_{12}^2 + M_{21}^2 &= 2 \cdot \frac{EI}{m}, \\ - M_{2C}^2 &= \frac{2EI}{4m} (3 \cdot 1 - 3 \cdot 0) = 1.5 \cdot \frac{EI}{m}, & M_{C2}^2 &= 0, & M_{2C}^2 + M_{C2}^2 &= 1.5 \cdot \frac{EI}{m}, \\ & S_1^2 &= k_1 \cdot \varphi_1 = 0 \text{ (w tym stanie } \varphi_1 = 0 \text{).} \end{aligned}$$

1.4 UKŁADU RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

1.4.1 POSTAĆ OGÓLNA UKŁADU RÓWNAŃ

$$\begin{aligned} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1\Delta} &= 0, \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2\Delta} &= 0. \end{aligned}$$

1.4.2 OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ

$$k_{11} = \sum_j M_{1j}^1 + k_1^\varphi = M_{1A}^1 + M_{1B}^1 + M_{12}^1 + k_1^\varphi = \left(0.2 + 0 + \frac{4}{3} + 2\right) \cdot \frac{EI}{m} = \frac{53}{15} \cdot \frac{EI}{m} = 3.5333333 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$k_{12} = M_{12}^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{EI}{m} = 0.6666667 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$k_{1\Delta} = \sum_j M_{1j}^{\Delta} = M_{1A}^{\Delta} + M_{1B}^{\Delta} + M_{12}^{\Delta} = (0.005236 + 0 - 0.005833) \cdot \frac{EI}{m} = -0.0005966 \frac{EI}{m},$$

$$k_{21} = M_{21}^1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{EI}{m} = 0.6666667 \cdot \frac{EI}{m} = k_{12},$$

$$k_{22} = \sum_j M_{2j}^2 + k_2^\varphi = M_{21}^2 + M_{2C}^2 + k_2^\varphi = \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{EI}{m} = \frac{17}{6} \cdot \frac{EI}{m} = 2.8333333 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$k_{2\Delta} = \sum_j M_{2j}^{\Delta} = M_{21}^{\Delta} + M_{2C}^{\Delta} = (0.005803 - 0.00375) \cdot \frac{EI}{m} = 0.002053 \frac{EI}{m},$$

1.4.3 POSTAĆ SZCZEGÓŁOWA UKŁADU RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

$$3.533333 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_1 + 0.666667 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_2 - 0.0005966 \frac{EI}{m} = 0,$$

$$0.666667 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_1 + 2.833333 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_2 - 0.002053 \frac{EI}{m} = 0,$$

$$\varphi_1 = 0.00071475, \quad \varphi_2 = 0.0006901,$$

1.5 RZECZYWISTE SIŁY PRZEKROJOWE**1.5.1 OBLICZENIE MOMENTÓW BRZEGOWYCH I SIŁ W WIĘZIACH SPRĘŻYSTYCH**

Momenty brzegowe (momenty na końcach prętów) określamy na podstawie wzoru:

$$M_{ij} = M_{ij}^1 \cdot \varphi_1 + M_{ij}^2 \cdot \varphi_2 + M_{ij}^{\Delta}$$

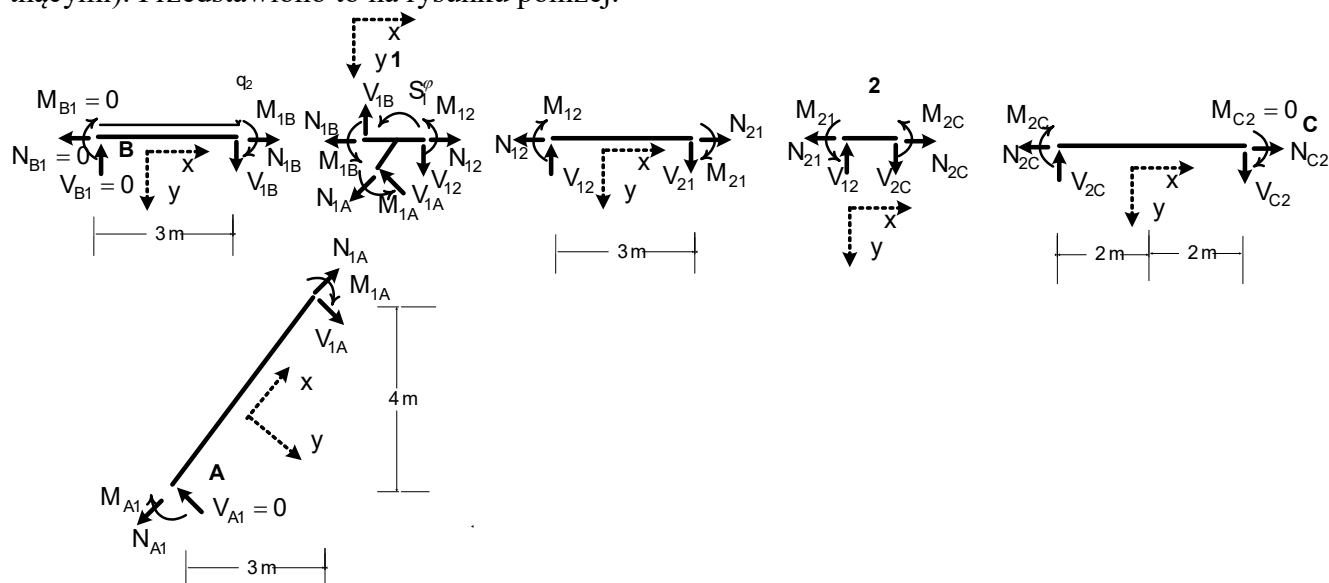
Obliczenia wykonano w poniższej tabeli

	φ_1	φ_2		dla I 200	EI	
	0.00071475	-0.0006901			4387	
					kNm ²	
	M ¹	M ²	M ^Δ	=	M ^Δ	
M _{A1}	-0.2	0	-0.005236	=	-0.005379	-23.60
M _{1A}	0.2	0	0.005236	=	0.005379	23.60
M _{B1}	0	0	0	=	0.000000	0.00
M _{1B}	0	0	0	=	0.000000	0.00
M ₁₂	1.333333	0.666667	-0.005833	=	-0.005340	-23.43
M ₂₁	0.666667	1.333333	0.005803	=	0.005359	23.51
M _{2C}	0	1.5	-0.00375	=	-0.004785	-20.99
M _{C2}	0	0	0	=	0.000000	0.00
S ^φ ₁	2	0	0	=	0.001430	6.27
Mnożnik	EI/m		EI/m		kNm	

Momenty brzegowe mogą też być obliczone bezpośrednio z wykorzystaniem wzorów transformacyjnych.

1.5.2 OBLICZENIE SIŁ TNĄCYCH I SIŁ OSIOWYCH ORAZ KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

Brzegowe siły tnące i osiowe wyznaczamy z równań równowagi prętów i węzłów. W tym celu układ dzielimy na pręty i węzły oraz obciążamy wydzielone elementy obciążeniem danym i na brzegach siłami przekrojowymi (określonymi już momentami i szukanymi siłami osiowymi i tnącymi). Przedstawiono to na rysunku poniżej.



Dla sił działających na każdy element wypisujemy 3 równania równowagi. Z sum momentów względem końców prętów wyznaczamy siły tnące a z pozostałych równań wyznaczamy siły osiowe i część z nich stanowi kontrolę statycznej dopuszczalności rozwiązania. W obliczeniach wykorzystamy określone już wartości momentów oraz wynikające z warunków podparcia wartości sił osiowych i tnących

$$N_{B1} = V_{B1} = V_{A1} = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{PRĘT A-1} \quad \sum M_A = M_{A1} + M_{1A} + V_{1A} \cdot 5m = 0 &\Rightarrow -0.005379 + 0.005379 + V_{1A} \cdot 5m = 0 \Rightarrow V_{1A} = 0, \\ \sum Y = V_{1A} - V_{A1} = 0 &\Rightarrow 0 - 0 = 0 \quad (\text{spełnione tożsamościowo}), \\ \sum X = -N_{A1} + N_{1A} = 0 &\Rightarrow N_{1A} = N_{A1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PRĘT B-1} \quad \sum M_B = M_{B1} + M_{1B} + V_{1B} \cdot 3m = 0 &\Rightarrow 0 + 0 + V_{1B} \cdot 3m = 0 \Rightarrow V_{1B} = 0, \\ \sum Y = V_{1B} - V_{B1} = 0 &\Rightarrow 0 - 0 = 0 \quad (\text{spełnione tożsamościowo}), \\ \sum X = -N_{B1} + N_{1B} = 0 &\Rightarrow N_{1B} = N_{B1} = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PRĘT 1-2} \quad \sum M_1 = M_{12} + M_{21} + V_{21} \cdot 3m = 0 &\Rightarrow (-0.006808 + 0.003891EI/m + V_{21} \cdot 3m = 0 \Rightarrow \\ V_{21} = 0.0009726EI/m^2, \\ \sum Y = V_{21} - V_{12} = 0 &\Rightarrow V_{12} = V_{21} = 0.0009726EI/m^2, \\ \sum X = -N_{12} + N_{21} = 0 &\Rightarrow N_{12} = N_{21}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PRĘT 2-C} \quad \sum M_2 = M_{2C} + M_{C2} + V_{C2} \cdot 4m = 0 &\Rightarrow (-0.003891 + 0)EI/m + V_{C2} \cdot 4m = 0 \Rightarrow \\ V_{C2} = 0.0009726EI/m^2, \\ \sum Y = V_{C2} - V_{2C} = 0 &\Rightarrow V_{2C} = V_{C2} = 0.0009726EI/m^2, \\ \sum X = -N_{2C} + N_{C2} = 0 &\Rightarrow N_{2C} = N_{C2}. \end{aligned}$$

WĘZEL 1

$$\begin{aligned} \sum M_1 = -M_{1A} - M_{1B} - M_{12} - S_1^\phi = -0.005379 + 0 - (-0.006008) - 0.001430 = -0.0003 EI/m \approx 0 \\ (\text{spełnione tożsamościowo}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum Y = V_{12} - V_{1B} - V_{1A} \cdot 0.6 + N_{1A} \cdot 0.8 = 0 &\Rightarrow \\ 0.0009726 - 0 - 0 \cdot 0.6 + N_{1A} \cdot 0.8 = 0 &\Rightarrow N_{1A} = -0.001289EI/m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum X = N_{12} - N_{1B} - N_{1A} \cdot 0.6 - V_{1A} \cdot 0.8 = 0 &\Rightarrow \\ N_{12} - 0 - (-0.001289)EI/m^2 \cdot 0.6 - 0 \cdot 0.8 = 0 &\Rightarrow N_{12} = -0.0007295EI/m^2 \end{aligned}$$

Z trzeciego równania dla pręta A-1

$$N_{A1} = N_{1A} = -0.001289EI / m^2.$$

Z trzeciego równania dla pręta 1-2

$$N_{21} = N_{12} = -0.0007735EI / m^2.$$

WĘZEL 2 $\sum M_2 = -M_{21} - M_{2C} = -0.003891 - (-0.003891) = 0$

(spełnione tożsamościowo),

$$\sum Y = V_{2C} - V_{21} = 0.0009726 - 0.0009726 = 0$$

(spełnione tożsamościowo),

$$\sum X = N_{2C} - N_{21} = 0 \Rightarrow$$

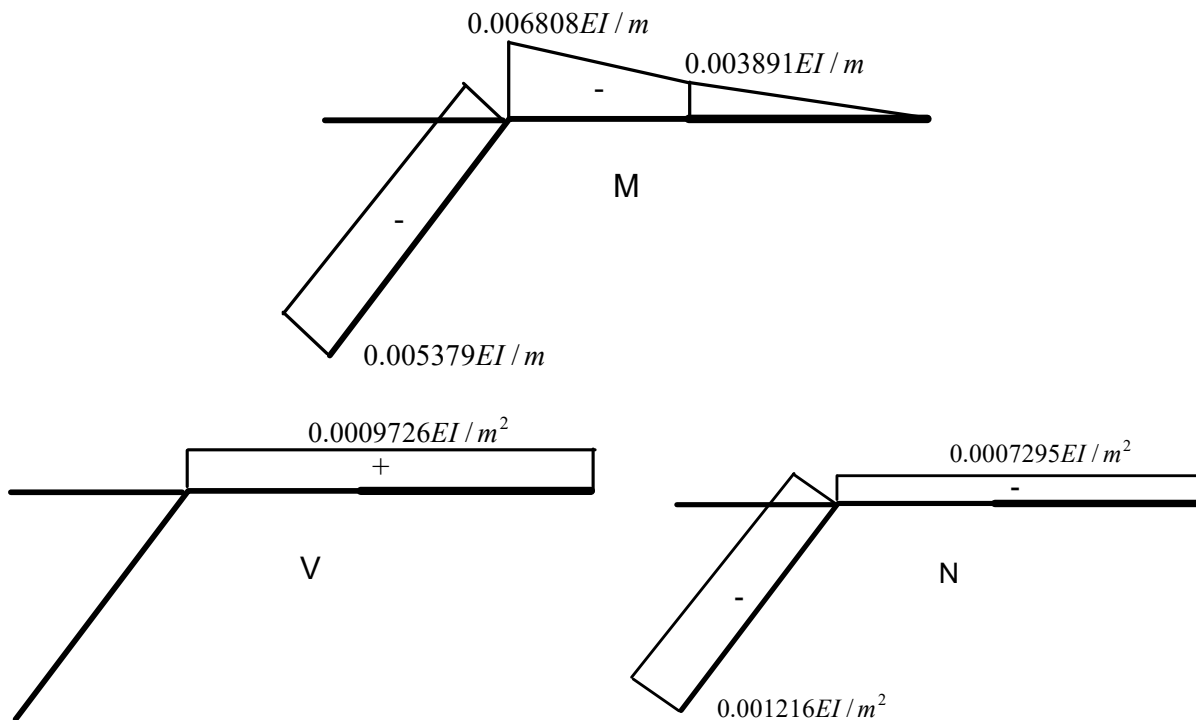
$$N_{2C} = N_{21} = -0.0007295EI / m^2.$$

Z trzeciego równania dla pręta 2-C wyznaczamy

$$N_{C2} = N_{2C} = -0.0007295EI / m^2.$$

Brzegowe siły tnące mogą też być obliczone bezpośrednio z wykorzystaniem wzorów transformacyjnych (patrz przykład 3).

1.6 WYKRESY SIŁ PRZEKROJOWYCH



1.7 KONTROLA ROZWIĄZANIA

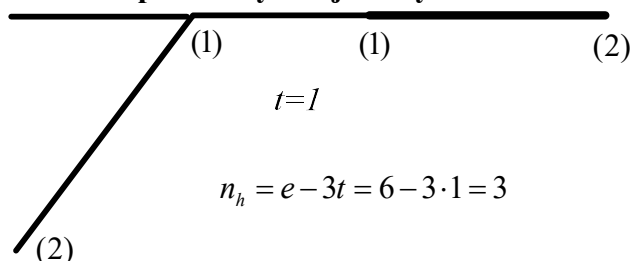
1.8 KONTROLA ROZWIĄZANIA

1.8.1 KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

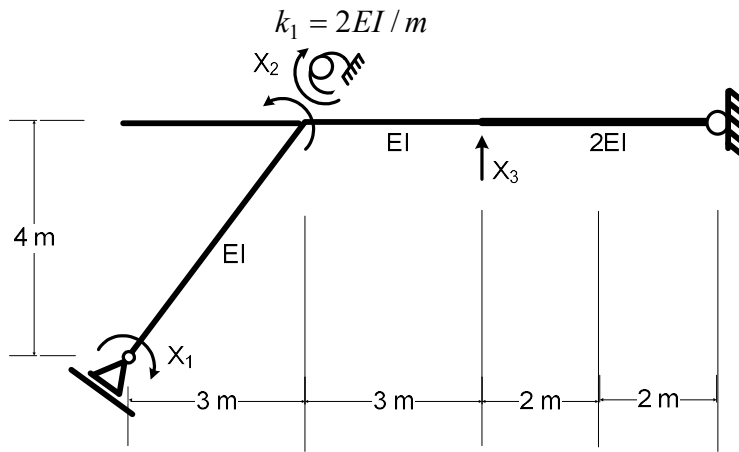
Kontrola ta została wykonana w trakcie wyznaczania sił tnących i osiowych.

1.8.2 KONTROLA KINEMATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

1) Wyznaczenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu



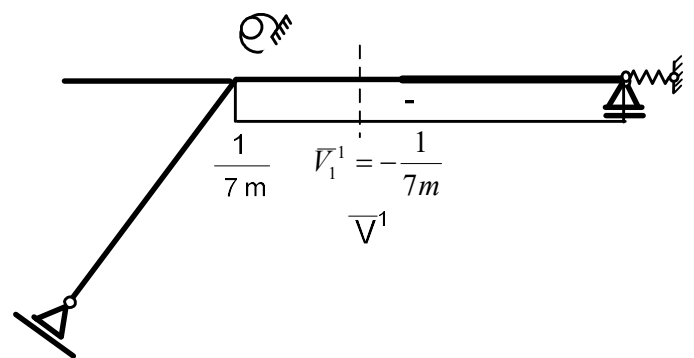
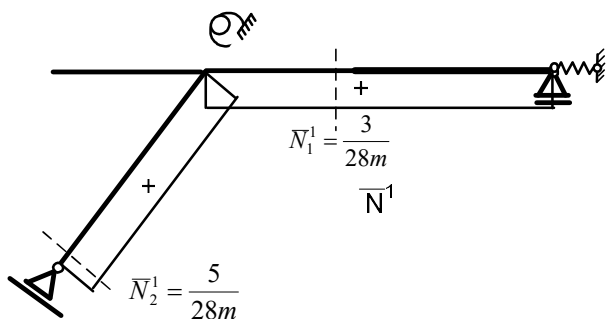
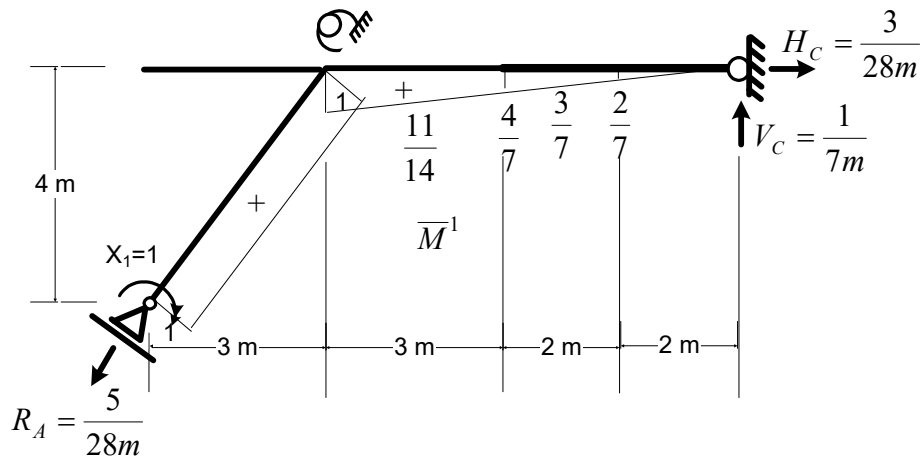
2) Układ podstawowy metody sił bez obciążeń danych



3) Rozwiązania układu podstawowego metody sił od jednostkowych sił hiperstatycznych

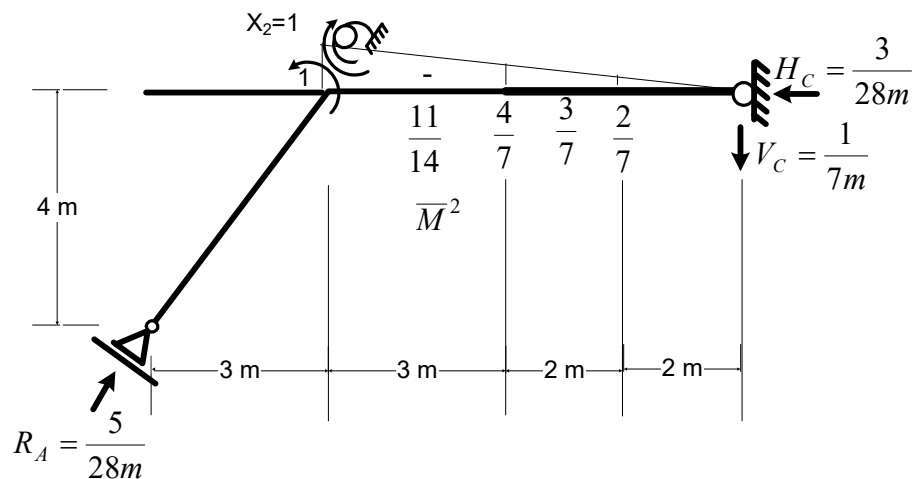
Wartości reakcji i wykres momentów zginających od obciążenia $X_1 = 1$ pokazano na rysunku obok.

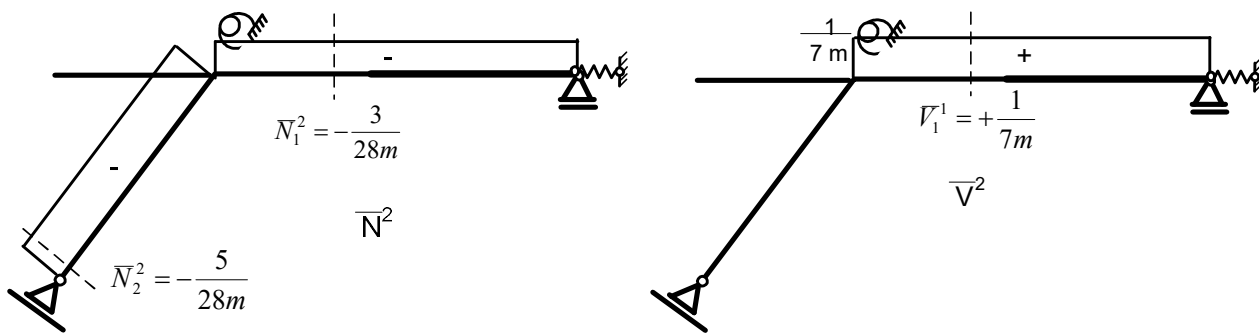
$\bar{S}_1^1 = 0$



Wartości reakcji i wykres momentów zginających od obciążenia $X_2 = 1$ pokazano na rysunku obok.

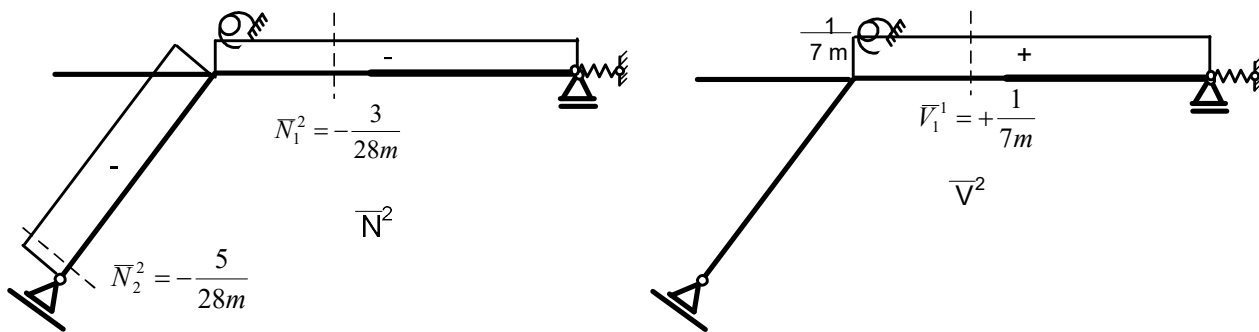
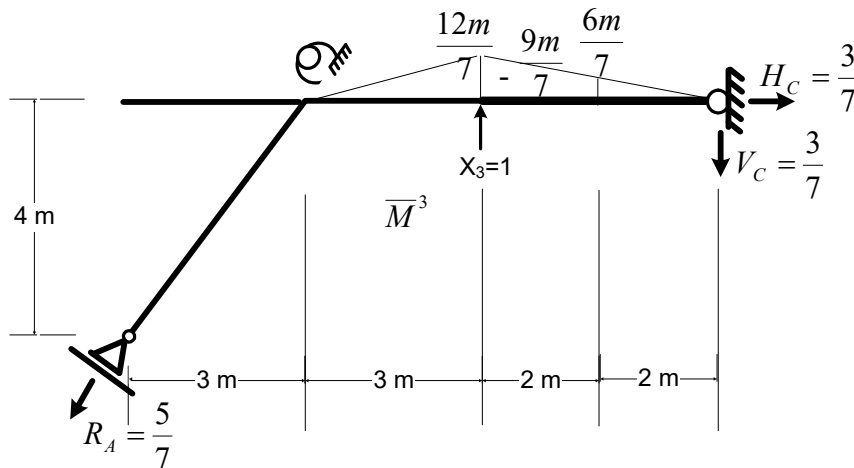
$\bar{S}_1^2 = 1$





Wartości reakcji i wykres momentów zginających od obciążenia $X_3 = 1$ pokazano na rysunku obok.

$\bar{S}_1^3 = 0$



4) Sprawdzenie zgodności przemieszczeń

Przemieszczenia w miejscach usuniętych więzi obliczamy korzystając ze wzorów:

$$\Delta_{i\Delta} = \int \frac{\bar{M}^i \cdot M^\Delta}{EI} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^\Delta}{k_s} + \sum_m \bar{M}_m^i \cdot \Delta\varphi_m + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n + \sum_v \bar{V}_v^i \cdot \Delta h_v - \sum_r \bar{R}_r^i \cdot \Delta_r =$$

$$= \int \frac{\bar{M}^i \cdot M^\Delta}{EI} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^\Delta}{k_s} + \bar{M}_1^i \cdot \Delta\varphi_1 + \bar{V}_1^i \cdot \Delta h_1 - \bar{M}_A^1 \cdot \varphi_A.$$

Do obliczenia całek zastosujemy wzór Simpsona i wzór Mohra.

$$\Delta_{1\Delta} = 0 + \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 5m \cdot (-0.005379)EI/m + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(1 \cdot (-0.006808) \frac{EI}{m} + 4 \cdot \frac{11}{14} \cdot (-0.005349) \frac{EI}{m} + \frac{4}{7} \cdot (-0.00389) \frac{EI}{m} \right) +$$

$$+ \frac{4}{6 \cdot 2} \cdot \left(\frac{4}{7} \cdot (-0.00389) + 4 \cdot \frac{2}{7} \cdot (-0.001945) + 0 \cdot 0 \right) + 0 + \frac{\sqrt{3} \cdot (-0.0008423)}{14 \cdot 4} +$$

$$+ \frac{5}{7} \cdot 0.01745 + \frac{3}{28m} \cdot 0.01m + \frac{5}{28m} \cdot (-0.015m) - \frac{1}{7m} \cdot (-0.02m) - 0 \cdot (-0.02618) - \frac{\sqrt{3}-4}{28m} \cdot 0.01m = -0.02624.$$

Uwzględniając, że przemieszczenie to powinno być równe obrotowi podpory A $\varphi_A = -0.02618$, błąd wynosi

$$\Delta_1 - \varphi_A = -0.02624 - (-0.02618) = -0.00006 \approx 0$$

$$\begin{aligned} \Delta_{2\Delta} = 0 + 0 + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(-1 \cdot (-0.006808) \frac{EI}{m} + 4 \cdot \left(-\frac{11}{14} \right) \cdot (-0.0053494) \frac{EI}{m} - \frac{4}{7} \cdot (-0.003891) \frac{EI}{m} \right) + \\ + \frac{4}{6 \cdot 2} \cdot \left(-\frac{4}{7} \cdot (-0.003891) + 4 \cdot \left(-\frac{2}{7} \right) \cdot (-0.0019455) + 0 \cdot 0 \right) + 0 + \frac{-\sqrt{3} \cdot 0.0008932}{14 \cdot 4} + \\ - \frac{5}{7} \cdot 0.01745 - \frac{3}{28m} \cdot 0.01m - \frac{5}{28m} \cdot (-0.015m) + \frac{1}{7m} \cdot (-0.02m) - 0 \cdot (-0.02618) - \frac{4 - \sqrt{3}}{28m} \cdot 0.01m = 0.00006 \approx 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{3\Delta} = 0 + 0 + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(-1 \cdot (-0.006808) \frac{EI}{m} + 4 \cdot \left(-\frac{11}{14} \right) \cdot (-0.0053494) \frac{EI}{m} - \frac{4}{7} \cdot (-0.003891) \frac{EI}{m} \right) + \\ + \frac{4}{6 \cdot 2} \cdot \left(-\frac{4}{7} \cdot (-0.003891) + 4 \cdot \left(-\frac{2}{7} \right) \cdot (-0.0019455) + 0 \cdot 0 \right) + 0 + \frac{-\sqrt{3} \cdot 0.0008932}{14 \cdot 4} + \\ - \frac{5}{7} \cdot 0.01745 - \frac{3}{28m} \cdot 0.01m - \frac{5}{28m} \cdot (-0.015m) + \frac{1}{7m} \cdot (-0.02m) - 0 \cdot (-0.02618) - \frac{4 - \sqrt{3}}{28m} \cdot 0.01m = 0.00006 \approx 0. \end{aligned}$$

Otrzymane rozwiązanie jest, więc kinematycznie dopuszczalne.