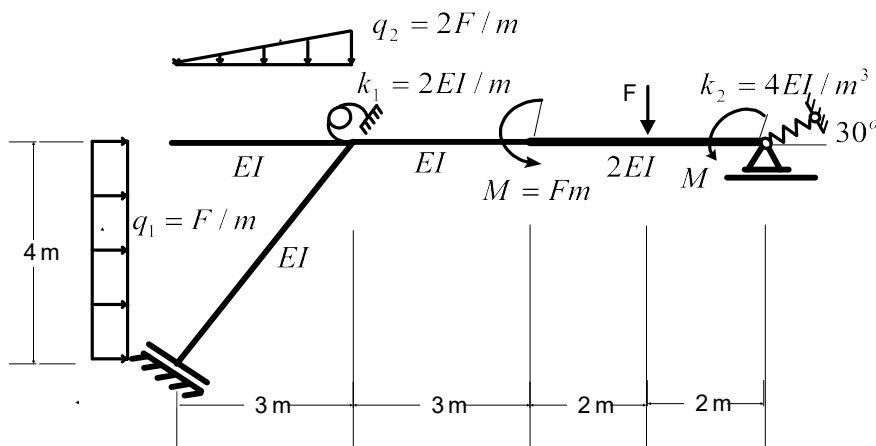


**ROZWIĄZANIE RAMY
METODĄ
PRZEMIESZCZEŃ OD
OBCIĄŻENIA „F”**

Ramę pokazaną na rysunku rozwiązać metodą przemieszczeń i dokonać kontroli rozwiązania.



1. WYZNACZENIE STOPNIA GEOMETRYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI

1.1 PODZIAŁ NA ELEMENTY I WYZNACZENIE LICZBY STOPNI SWOBODY OBROTU WĘZŁÓW n_φ

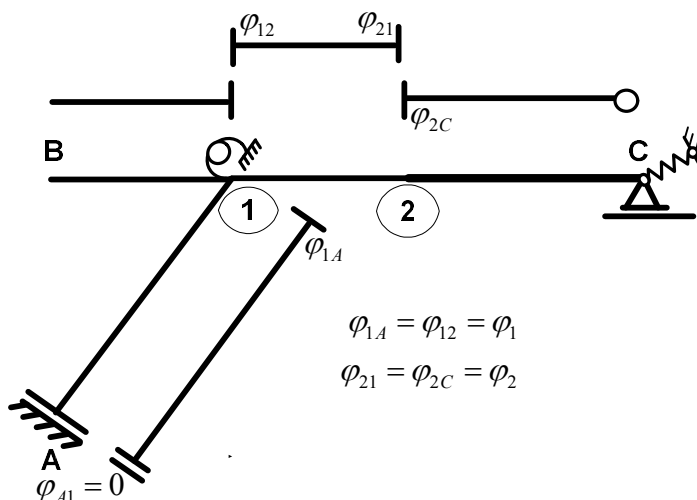
Na rys. obok przedstawiono podział układu na elementy, dla których dane są wzory transformacyjne.

Zaznaczono 5 kątów

$(\varphi_{A1}, \varphi_{1A}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{2C})$, które

wystąpiły by w tych wzorach gdyby zostały one wypisane. Jak widać wszystkie te kąty określone są przez 2 kąty obrotu węzłów (φ_1, φ_2) , co

oznacza, że $n_\varphi = 2$.



1.2 WYZNACZENIE LICZBY STOPNI SWOBODY PRZESUWU WĘZŁÓW n_δ

a) Model przegubowy przedstawiono na rysunku obok. Więzy oznaczone liniami przerywanymi odbierają stopnie swobody przesuwu, które zostają uwzględnione w współczynnikach wzorów transformacyjnych (dotyczy to elementu wspornikowego 1B i elementu „s-ł” 1A).

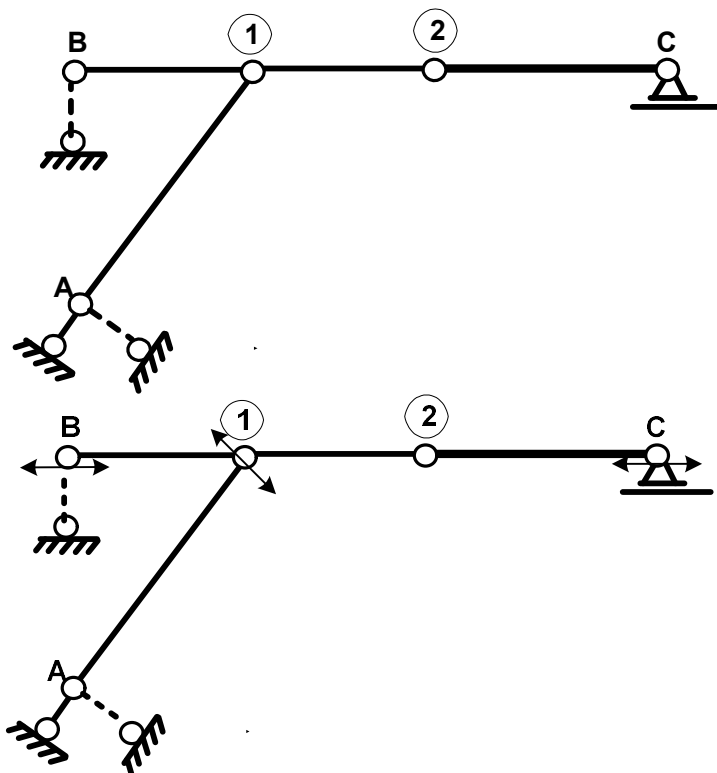
b) Oszacowanie

$$n_\delta \geq 2 \cdot w - p - r = 2 \cdot 8 - 7 - 7 = 2,$$

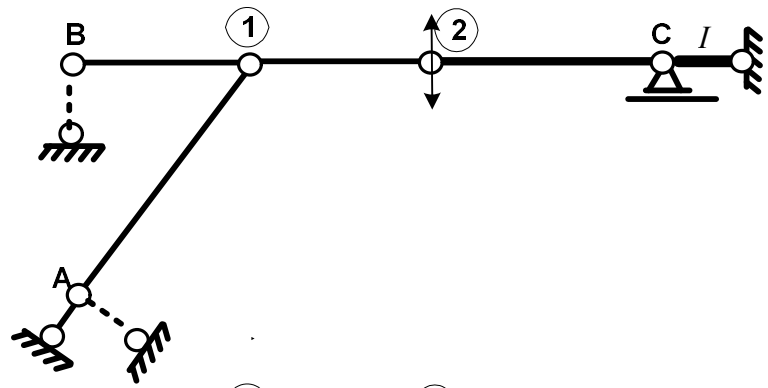
$n_\delta \geq 2$. Wynika stąd, że model przegubowy ma co najmniej 2 stopnie swobody przesuwu (aby stał się geometrycznie niezmienny należy dodać, co najmniej 2 więzy).

c) Analiza kinematyczna

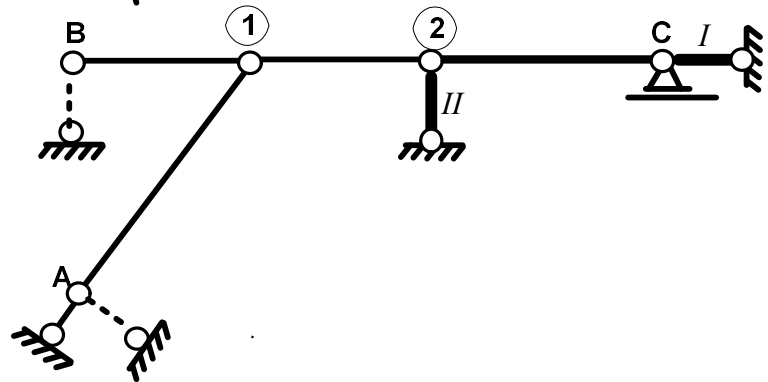
Na rys. obok pokazano model przegubowy z zaznaczonymi, strzałkami, możliwymi kierunkami przesunięć węzłów. Węzeł 2 także ma możliwość przesuwania się, ale kierunek możliwości przesuwu tego węzła nie jest jeszcze określony.



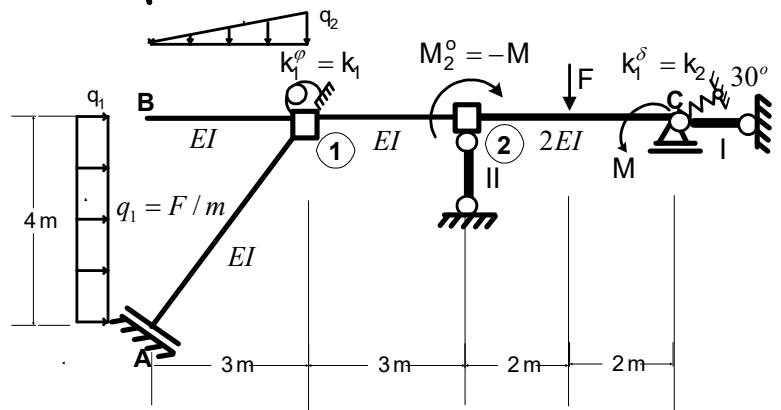
Na rys. obok pokazano model przegubowy z dodaną więzią I, która wyeliminowała zaznaczone powyżej możliwe przesunięcia oraz zaznaczono możliwy jeszcze kierunek przesunięcia węzła 2.



Na rys. obok pokazano model przegubowy z dodanymi 2 więziami I, II, których dodanie sprawiło, że model przegubowy stał się geometrycznie niezmienny, co oznacza, że $n_\delta = 2$.



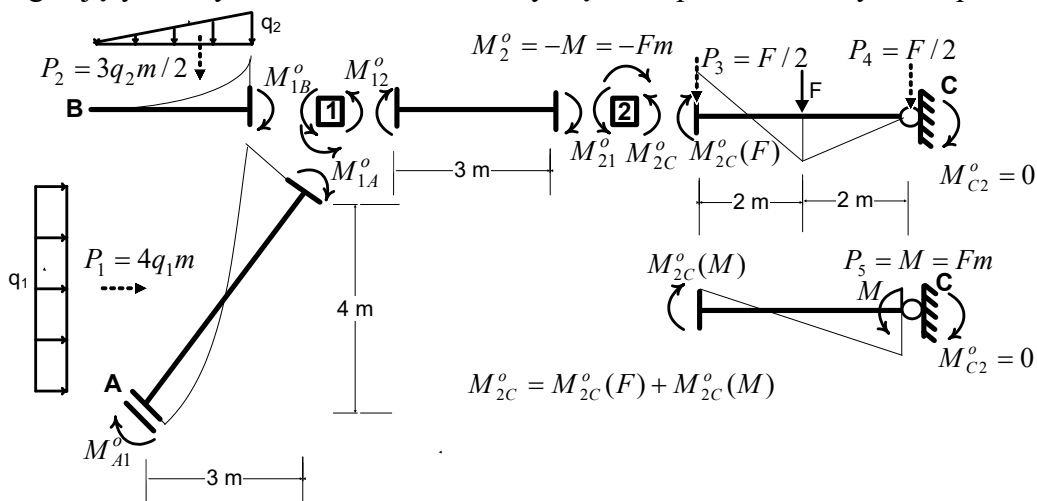
2. UKŁAD PODSTAWOWY



3. ROZWIĄZANIA UKŁADU PODSTAWOWEGO

3.1 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO

Podział układu na elementy, obciążenia działające na poszczególne elementy, wykresy momentów zginających, siły równoważne i momenty węzłowe pokazano na rysunku poniżej.



Momenty brzegowe

$$M_{A1}^{oF} = \frac{q_1 \cdot (4m)^2}{6} = \frac{F}{m} \cdot \frac{16m^2}{6} = \frac{8}{3} Fm, \quad M_{1A}^{oF} = \frac{q_1 \cdot (4m)^2}{3} = \frac{16}{3} Fm,$$

$$M_{B1}^{oF} = 0, \quad M_{1B}^{oF} = q_2 \cdot \frac{3m}{2} \cdot \frac{3m}{3} = \frac{2F \cdot 9m^2}{m \cdot 6} = 3Fm, \quad M_{12}^{oF} = -M_{21}^{oF} = 0,$$

$$M_{2C}^o(F) = -\frac{3 \cdot F \cdot 4m}{16} = -0.75Fm, \quad M_{2C}^o(M) = -\frac{M}{2} = -0.5Fm,$$

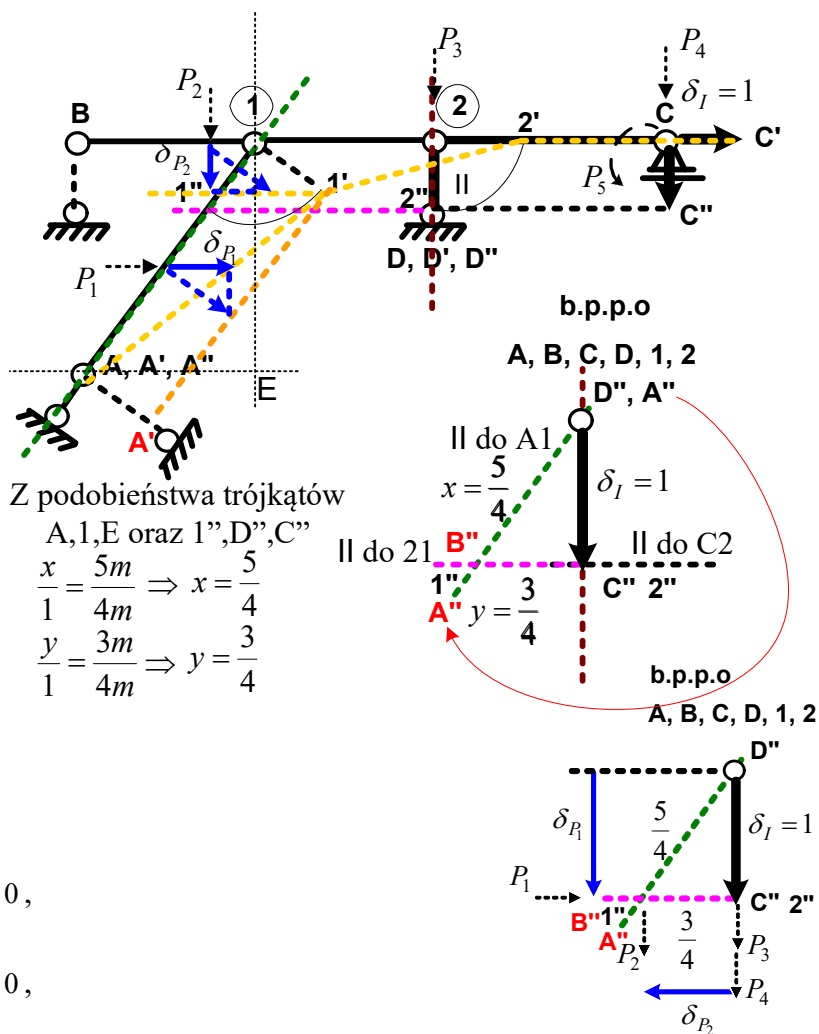
$$M_{2C}^{oF} = M_{2C}^o(F) + M_{2C}^o(M) = -1.25Fm, \quad M_{C2}^{oF} = 0,$$

Momenty węzłowe $M_1^o = 0, \quad M_2^o = -M = -Fm.$

Sily równowazne $P_1 = 4q_1m = 4F, \quad P_2 = 3q_2m/2 = 3F, \quad P_3 = P_4 = F/2, \quad P_5 = M = Fm.$

3.2 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\delta_I = 1$

Na rys. obok przedstawiono odkształcony model przegubowy (przerywane linie żółte) i b.p.p.o. (obrót zadano w prawo). Przemieszczenia w miejscach sił równowaznych zaznaczono na modelu odkształconym (ciągłe strzałki niebieskie) oraz na powtórzonym (dla przejrzystości) b.p.p.o z naniesionymi siłami (czarne strzałki przerywane) przyłożonymi do odpowiednich punktów.



Wartości wzajemnych przesunięć końców prętów i kątów obrotów cięciw prętów.

$$\Delta_{1A}^I = +|1''A''| = 0 \Rightarrow \psi_{1A}^I = \frac{\Delta_{1A}^I}{L_{1A}} = 0,$$

$$\Delta_{1B}^I = +|1''B''| = 0 \Rightarrow \psi_{1B}^I = \frac{\Delta_{1B}^I}{L_{1B}} = 0,$$

$$\Delta_{12}^I = -|1''2''| = -3/4 \Rightarrow \psi_{12}^I = -\frac{3}{4 \cdot L}, \quad \Delta_{2C}^I = |2''C''| = 0 \Rightarrow \psi_{2C}^I = \frac{\Delta_{2C}^I}{L_{2C}} = 0,$$

Przemieszczenia w miejscach sił równowaznych: $\delta_{P_1}^I = 1, \quad \delta_{P_2}^I = 3/4,$
 $\delta_{P_3}^I = \delta_{P_4}^I = 0, \quad \delta_{P_5}^I = -\psi_{2C}^I = 0.$

Wydłużenie sprężystej więzi translacyjnej $\delta_2^I = -1 \cdot \cos 30^\circ = -\sqrt{3}/2.$

3.3 ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $\delta_{II} = 1$

Na rys. obok przedstawiono odkształcony model przegubowy i b.p.p.o., przy czym, tu dokonano obrotu w lewo.

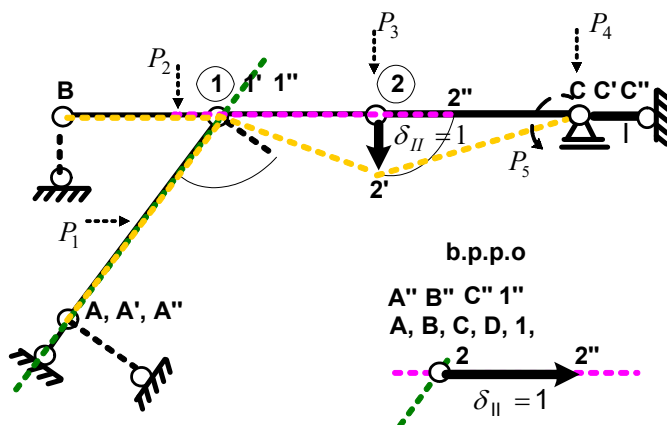
Wartości wzajemnych przesunięć końców prętów i kątów obrotów cięwi

$$\Delta_{1A}'' = +|1''A'| = 0 \Rightarrow \psi_{1A}'' = \frac{\Delta_{1A}''}{L_{1A}} = 0,$$

$$\Delta_{1B}'' = +|1''B'| = 0 \Rightarrow \psi_{1B}'' = \frac{\Delta_{1B}''}{L_{1B}} = 0,$$

$$\Delta_{12}'' = |1''2'| = 1 \Rightarrow \psi_{12}'' = \frac{\Delta_{12}''}{L_{12}} = \frac{1}{3m},$$

$$\Delta_{2C}'' = -|2''C'| = -1 \Rightarrow \psi_{2C}'' = \frac{\Delta_{2C}''}{L_{2C}} = -\frac{1}{4m}$$



Przemieszczenia w miejscach sił równoważnych: $\delta_{P_1}'' = \delta_{P_2}'' = \delta_{P_4}'' = 0, \quad \delta_{P_3}'' = 1, \quad \delta_{P_5}'' = -\psi_{2C}'' = \frac{1}{4m}.$

Wydłużenie sprężystej więzi translacyjnej $\delta_2'' = 0$

4. UKŁAD RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

4.1 POSTAĆ OGÓLNA UKŁADU RÓWNAŃ

$$\begin{aligned} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1I} \cdot \delta_I + k_{1II} \cdot \delta_{II} + k_{1o} &= 0, \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2I} \cdot \delta_I + k_{2II} \cdot \delta_{II} + k_{2o} &= 0, \\ k_{1I} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{I,I} \cdot \delta_I + k_{I,II} \cdot \delta_{II} + k_{Io} &= 0, \\ k_{II,I} \cdot \varphi_1 + k_{II,2} \cdot \varphi_2 + k_{II,I} \cdot \delta_I + k_{II,II} \cdot \delta_{II} + k_{IIo} &= 0 \end{aligned}$$

4.2 OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ

$$k_{11} = \sum_{j=A,B,2} a_{1j} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{1j} + k_1^\varphi = 1 \cdot \frac{EI}{5m} + 0 + 4 \cdot \frac{EI}{3m} + k_1^\varphi = \frac{53}{15} \cdot \frac{EI}{m} = 3.53333333 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$k_{12} = k_{21} = b_{12} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{12} = 2 \cdot \frac{EI}{3m} = 0.6666667 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$k_{1I} = k_{I1} = - \sum_{j=A,B,2} c_{1j} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{1j} \cdot \psi_{1j}^I = 0 - 6 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) - 0 = 0.5 \cdot \frac{EI}{m^2},$$

$$k_{1II} = k_{II1} = - \sum_{j=A,B,2} c_{1j} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{1j} \cdot \psi_{1j}^{II} = 0 + 0 - 6 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \frac{1}{3m} = -\frac{2}{2} \cdot \frac{EI}{m^2} = -0.6666667 \cdot \frac{EI}{m^2},$$

$$k_{1F} = \sum_{j=A,B,2} M_{1j}^{oF} - M_1^o = \left(\frac{16}{3} + 3 + 0 - 0\right) \cdot Fm = \frac{25}{3} \cdot Fm = 8.33333333 \cdot Fm,$$

$$k_{22} = \sum_{j=1,C} a_{2j} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{2j} + k_2^\varphi = 4 \cdot \frac{EI}{3m} + 3 \cdot \frac{2EI}{4m} + 0 = \frac{17}{6} \cdot \frac{EI}{m} = 2.83333333 \cdot \frac{EI}{m},$$

$$k_{2I} = k_{I2} = - \sum_{j=1,C} c_{2j} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{2j} \cdot \psi_{2j}^I = -6 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) + 0 = 0.5 \cdot \frac{EI}{m^2},$$

$$k_{2II} = k_{II2} = - \sum_{j=1,C} c_{2j} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{2j} \cdot \psi_{2j}^{II} = -6 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \frac{1}{3m} - 3 \cdot \frac{2EI}{4m} \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) = -\frac{7}{24} \cdot \frac{EI}{m^2} = -0.2916667 \cdot \frac{EI}{m^2}$$

$$k_{2F} = \sum_{j=1,C} M_{2j}^{oF} - M_2^o = (0 - 1.25 + 1) \cdot Fm = -0.25 \cdot Fm,$$

$$k_{I,I} = \sum_{ij=A1,B1,12,2C} d_{ij} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{ij} \cdot \psi_{ij}^I \cdot \psi_{ij}^I + \sum_s k_s^\delta \cdot \Delta L_s^I \cdot \Delta L_s^I =$$

$$= 0 + 0 + 12 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) + 0 + 4 \cdot \frac{EI}{m^3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.25 \cdot \frac{EI}{m^3},$$

$$k_{I,II} = k_{II,I} = \sum_{ij=A1,B1,12,2C} d_{ij} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{ij} \cdot \psi_{ij}^I \cdot \psi_{ij}^{II} + \sum_s k_s^\delta \cdot \Delta L_s^I \cdot \Delta L_s^{II} =$$

$$= 0 + 0 + 12 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) \cdot \frac{1}{3m} + 0 + 0 = -0.33333333 \cdot \frac{EI}{m^3},$$

$$k_{IF} = - \sum_{ij=A1,B1,12,2C} (M_{ij}^{oF} + M_{ij}^{oF}) \cdot \psi_{ij}^I - \sum_{p=1}^5 P_p \cdot \delta_p^I = -0 - 0 - 0 - 0 - 4F \cdot 1 - 3F \cdot \frac{3}{4} - 0 - 0 - 0 = -6.25F,$$

$$k_{II,II} = \sum_{ij=A1,B1,12,2C} d_{ij} \cdot \left(\frac{EI}{L}\right)_{ij} \cdot \psi_{ij}^{II} \cdot \psi_{ij}^{II} + \sum_s k_s^\delta \cdot \Delta L_s^{II} \cdot \Delta L_s^{II} =$$

$$= 0 + 0 + 12 \cdot \frac{EI}{3m} \cdot \frac{1}{3m} \cdot \frac{1}{3m} + 3 \cdot \frac{2EI}{4m} \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4m}\right) + 0 = \frac{155}{288} \cdot \frac{EI}{m^3} = 0.53819444 \cdot \frac{EI}{m^3}$$

$$k_{IIF} = - \sum_{ij=A1,B1,12,2C} (M_{ij}^{oF} + M_{ij}^{oF}) \cdot \psi_{ij}^{II} - \sum_{p=1}^5 P_p \cdot \delta_p^{II} =$$

$$= -0 - 0 - 0 - (-1.25)Fm \cdot \frac{-1}{4m} - 0 - 0 - \frac{F}{2} \cdot 1 - 0 - Fm \cdot \frac{1}{4m} = -1.0625F.$$

4.3 POSTAĆ SZCZEGÓŁOWA UKŁADU RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

$$3.533333 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_1 + 0.666667 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_2 + 0.5 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_I - 0.666667 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_{II} + 8.333333 Fm = 0,$$

$$0.666667 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_1 + 2.833333 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_2 + 0.5 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_I - 0.291667 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_{II} - 0.25 Fm = 0,$$

$$0.5 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_1 + 0.5 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_2 + 3.25 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_I - 0.333333 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_{II} - 6.25 F = 0,$$

$$-0.666667 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_1 - 0.291667 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_2 - 0.333333 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_I + 0.538194 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_{II} - 1.0625 F = 0$$

$$\varphi_1 = -2.704608 \cdot Fm^2 / EI,$$

$$\varphi_2 = 0.34150 \cdot Fm^2 / EI,$$

$$\delta_I = 2.311305 \cdot Fm^3 / EI,$$

$$\delta_{II} = 0.240559 \cdot Fm^3 / EI.$$

5. SIŁY RZECZYWISTE

5.1 OBLICZENIE MOMENTÓW BRZEGOWYCH I SIŁ W WIĘZIACH SPRĘŻYSTYCH

Przed obliczeniem momentów obliczymy rzeczywiste kąty obrotu cięć prętów

Wzór: $\psi_{ij} = \psi_{ij}^I \cdot \delta_I + \psi_{ij}^{II} \cdot \delta_{II}.$

Obliczenia: $\psi_{A1} = \psi_{B1} = 0,$

$$\psi_{12} = -\frac{1}{4m} \cdot 2.311305 Fm^3 / EI + \frac{1}{3m} \cdot 0.240559 Fm^3 / EI = -0.49764 Fm^2 / EI,$$

$$\psi_{2C} = 0 \cdot 2.311305 Fm^3 / EI - \frac{1}{4m} \cdot 0.240559 Fm^3 / EI = -0.06014 Fm^2 / EI,$$

Momenty brzegowe obliczamy z wzorów transformacyjnych

$$M_{1A}^F = \left(\frac{EI}{L}\right)_{1A} \cdot (\varphi_{1A} - \varphi_{A1}) + M_{1A}^{oF} = \frac{EI}{5m} \cdot (-2.704608 \cdot Fm^2 / EI - 0) + \frac{16}{3} Fm = 4.7924 Fm,$$

$$M_{A1}^F = \left(\frac{EI}{L}\right)_{1A} \cdot (\varphi_{A1} - \varphi_{1A}) + M_{A1}^{oF} = \frac{EI}{5m} \cdot (0 - (-2.704608 \cdot Fm^2 / EI)) + \frac{8}{3} Fm = 3.2076 Fm,$$

$$M_{1B}^F = M_{1B}^{oF} = 3 Fm, \quad M_{B1}^F = 0,$$

$$M_{12}^F = \left(\frac{EI}{L}\right)_{12} \cdot (4\varphi_{12} + 2\varphi_{21} - 6\psi_{12}) + M_{12}^{oF} = \\ = \frac{EI}{3m} \cdot (4 \cdot (-2.704608 \cdot Fm^2 / EI) + 2 \cdot 0.3415 \cdot Fm^2 / EI - 6 \cdot (-0.49764 Fm^2 / EI)) + 0 = -2.3832 Fm,$$

$$M_{21}^F = \left(\frac{EI}{L}\right)_{12} \cdot (4\varphi_{21} + 2\varphi_{12} - 6\psi_{12}) + M_{21}^{oF} = \\ = \frac{EI}{3m} \cdot (4 \cdot 0.3415 \cdot Fm^2 / EI + 2 \cdot (-2.704608 \cdot Fm^2 / EI) - 6 \cdot (-0.49764 Fm^2 / EI)) + 0 = -0.3525 Fm,$$

$$M_{2C}^F = \left(\frac{EI}{L}\right)_{2C} \cdot 3 \cdot (\varphi_{2C} - \psi_{2C}) + M_{2C}^o = \\ = \frac{2EI}{4m} \cdot 3 \cdot (0.3415 Fm^2 / EI - (-0.06013975) Fm^2 / EI) - 1.25 Fm = -0.6475 Fm,$$

Moment w więzi rotacyjnej $S_1^\varphi = k_1^{\varphi l} \cdot \varphi_1 = 2 \cdot \frac{EI}{L} \cdot \left(-2.704608 \cdot \frac{Fm^2}{EI}\right) = -5.49216 \cdot Fm.$

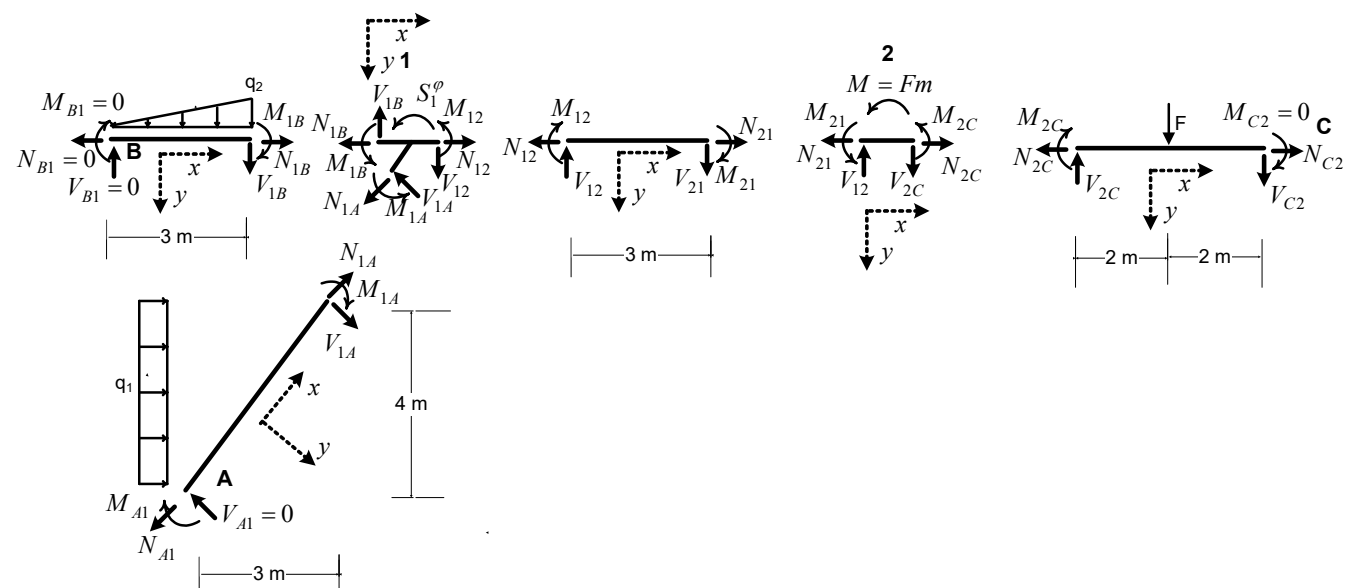
Zmiana długości więzi translacyjnej

$$\Delta L_2 = \Delta L_2^I \cdot \delta_I + \Delta L_2^{II} \cdot \delta_{II} = -2\sqrt{3} \cdot 2.3113 \cdot Fm^3 / EI + 0 = -2.0016 \cdot Fm^3 / EI.$$

Siła osiowa w więzi translacyjnej $S_2^\delta = k_2^{\delta l} \cdot \Delta L_2 = 4 \cdot EI / m^3 \cdot (-2.3113 \cdot Fm^3 / EI) = -8.0064 \cdot F$

5.2 OBLICZENIE SIŁ TNĄCYCH I SIŁ OSIOWYCH ORAZ KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

Brzegowe siły tnące wyznaczymy z równań równowagi prętów a siły osiowe z równań równowagi prętów i węzłów. W tym celu układ dzielimy na pręty i węzły oraz obciążamy wydzielone elementy obciążeniem danym i na brzegach siłami brzegowymi (określonymi już momentami i szukanymi siłami osiowymi i tnącymi) z uwzględnieniem znanych wartości wynikających z warunków podparcia ($N_{B1} = V_{B1} = V_{A1} = 0$)



PRĘT A-1 $\sum M_A = M_{A1} + M_{1A} + V_{1A} \cdot 5m + q_1 \cdot 4m \cdot 2m = 0 \Rightarrow$

$$3.2076 Fm + 4.7924 Fm + V_{1A} \cdot 5m + 1F / m \cdot 4m \cdot 2m = 0 \Rightarrow V_{1A} = -3.20 \cdot F,$$

$$\sum M_1 = M_{A1} + M_{1A} + V_{A1} \cdot 5m - q_1 \cdot 4m \cdot 2m = 0 \Rightarrow$$

$$3.2076 Fm + 4.7924 Fm + 0 - 1F / m \cdot 4m \cdot 2m = 0 \text{ (spełnione tożsamościowo),}$$

$$\sum X = -N_{A1} + N_{1A} + q_1 \cdot 4m \cdot \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow N_{1A} - N_{A1} = -\frac{12}{5} \cdot F,$$

PRĘT B-1 $\sum M_B = M_{B1} + M_{1B} + V_{1B} \cdot 3m + \frac{q_2 \cdot 3m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3m}{3} = 0 \Rightarrow$
 $0 + 3Fm + V_{1B} \cdot 3m + \frac{2F \cdot 3m}{m \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 3m}{3} = 0 \Rightarrow V_{1B} = -3F,$

$$\sum M_1 = M_{B1} + M_{1B} + V_{B1} \cdot 3m - \frac{q_2 \cdot 3m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3m}{3} = 0 \Rightarrow 3Fm + 0 - \frac{2F \cdot 3m}{m \cdot 2} \cdot \frac{3m}{3} = 0$$

(spełnione tożsamościowo),

$$\sum X = -N_{B1} + N_{1B} = 0 \Rightarrow N_{1B} = N_{B1} = 0.$$

PRĘT 1-2

$$\sum M_1 = M_{12} + M_{21} + V_{21} \cdot 3m = 0 \Rightarrow -2.3832Fm - 0.3525Fm + V_{21} \cdot 3m = 0 \Rightarrow V_{21} = 0.9119F,$$

$$\sum M_2 = M_{12} + M_{21} + V_{12} \cdot 3m = 0 \Rightarrow -2.3832Fm - 0.3525Fm + V_{12} \cdot 3m = 0 \Rightarrow V_{12} = 0.9119F,$$

$$\sum X = -N_{12} + N_{21} = 0 \Rightarrow N_{12} - N_{21} = 0$$

PRĘT 2-C $\sum M_2 = M_{2C} + M_{C2} + V_{C2} \cdot 4m + F \cdot 2m - 1Fm = 0 \Rightarrow$
 $-0.6475Fm + 0 + V_{C2} \cdot 4m + Fm = 0 \Rightarrow V_{C2} = -0.08811F,$

$$\sum M_B = M_{2C} + M_{C2} + V_{2C} \cdot 4m - F \cdot 2m - 1Fm = 0 \Rightarrow$$

$$-0.6475Fm + 0 + V_{2C} \cdot 4m - 3Fm = 0 \Rightarrow V_{2C} = 0.9119F,$$

$$\sum X = -N_{2C} + N_{C2} = 0 \Rightarrow N_{2C} - N_{C2} = 0$$

WĘZEL 1

$$\sum M_1 = -M_{1A} - M_{1B} - M_{12} - S_1^o = -4.7924Fm - 3Fm - (-2.3832Fm) - (-5.4092Fm) = 0$$

(spełnione tożsamościowo),

$$\sum Y = V_{12} - V_{1B} - V_{1A} \cdot 0.6 + N_{1A} \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow$$

$$0.9119F - (-3F) - (-3.2F) \cdot 0.6 + N_{1A} \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow N_{1A} = -7.2899F$$

$$\sum X = N_{12} - N_{1B} - N_{1A} \cdot 0.6 - V_{1A} \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow$$

$$N_{12} - 0 - (-7.2899F) \cdot 0.6 - (-3.2F) \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow N_{12} = -6.9339F$$

Z trzeciego równania dla pręta A-1 $N_{A1} = N_{1A} + \frac{12}{5}F = -7.2899F + 2.4F = -4.8899F.$

WĘZEL 2

$$\sum M_2 = -M_{21} - M_{2C} - M = -(-0.3525Fm) - (-0.6475Fm) - 1 = 0 \quad (\text{spełnione tożsamościowo}),$$

$$\sum Y = V_{2C} - V_{21} = 0.9119 - 0.9119 = 0 \quad (\text{spełnione tożsamościowo}),$$

$$\sum X = N_{2C} - N_{21} = -0 + 0 = 0 \Rightarrow N_{2C} = N_{21} = -6.9339F.$$

Z trzeciego równania dla pręta 2-C wyznaczamy $N_{C2} = N_{2C} = -6.9339F.$

Brzęgowe siły tnące mogą też być obliczone bezpośrednio z wykorzystaniem wzorów transformacyjnych po uprzednim wyznaczeniu **brzégowych sił tnących w układzie podstawowym**

$$V_{1A}^{oF} = -q_1 \cdot 4m \cdot \frac{4}{5} = -3.2F, \quad V_{A1}^{oF} = 0,$$

$$V_{1B}^{oF} = -q_2 \cdot 3m / 2 = -3F, \quad V_{B1}^{oF} = 0,$$

$$V_{12}^{oF} = \frac{11}{16}F + \frac{3}{8}F = 1.0625F, \quad V_{21}^{oF} = -\frac{5}{16}F + \frac{3}{8}F = 0.0625F,$$

$$V_{2C}^{oF} = \frac{11}{16}F + \frac{3}{8}F = 1.0625F, \quad V_{C2}^{oF} = -\frac{5}{16}F + \frac{3}{8}F = 0.0625F,$$

Siły tnące brzegowe w układzie danym

$$V_{A1}^F = 0, \quad V_{1A}^F = V_{1A}^{oF} = -3.2F, \quad V_{B1}^F = 0, \quad V_{1B}^F = V_{1B}^{oF} = -3F,$$

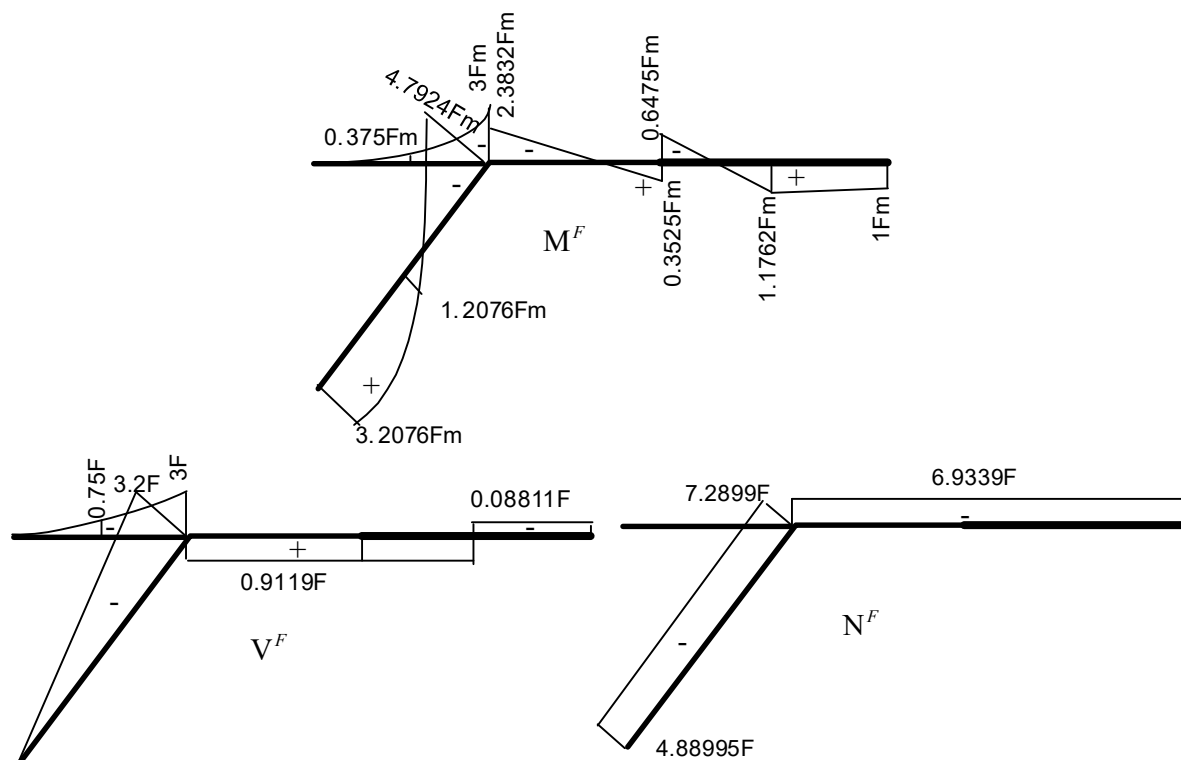
$$V_{12}^F = \left(\frac{EI}{L^2}\right)_{12} \cdot (-6\varphi_{12} - 6\varphi_{21} + 12\psi_{12}) + V_{12}^{oF} = \\ = \frac{EI}{(3m)^2} \cdot (-6 \cdot (-2.704608 \cdot Fm^2 / EI) - 6 \cdot 0.3415 \cdot Fm^2 / EI + 12 \cdot (-0.49764 Fm^2 / EI)) + 0 = 0.9119Fm,$$

$$V_{21}^F = \left(\frac{EI}{L^2}\right)_{12} \cdot (-6\varphi_{12} - 6\varphi_{21} + 12\psi_{12}) + V_{21}^{oF} = \\ = \frac{EI}{(3m)^2} \cdot (-6 \cdot (-2.704608 \cdot Fm^2 / EI) - 6 \cdot 0.3415 \cdot Fm^2 / EI + 12 \cdot (-0.49764 Fm^2 / EI)) + 0 = 0.9119Fm,$$

$$V_{2C}^F = \left(\frac{EI}{L^2}\right)_{2C} \cdot (-3 \cdot \varphi_{2C} + 3 \cdot \psi_{2C}) + V_{2C}^o = \\ = \frac{2EI}{(4m)^2} \cdot (-3 \cdot 0.3415 Fm^2 / EI + 3 \cdot (-0.06013975) Fm^2 / EI) + 1.0625F = 0.9119F,$$

$$V_{C2}^F = \left(\frac{EI}{L^2}\right)_{2C} \cdot (-3 \cdot \varphi_{2C} + 3 \cdot \psi_{2C}) + V_{C2}^o = \\ = \frac{2EI}{(4m)^2} \cdot (-3 \cdot 0.3415 Fm^2 / EI + 3 \cdot (-0.06013975) Fm^2 / EI) + 0.0625F = -0.08811F$$

5.3 WYKRESY SIŁ PRZEKROJOWYCH



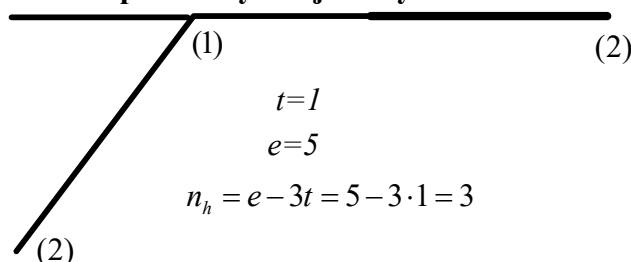
6. KONTROLA ROZWIĄZANIA

6.1 KONTROLA STATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

Kontrola ta została wykonana w trakcie wyznaczania sił tnących i osiowych.

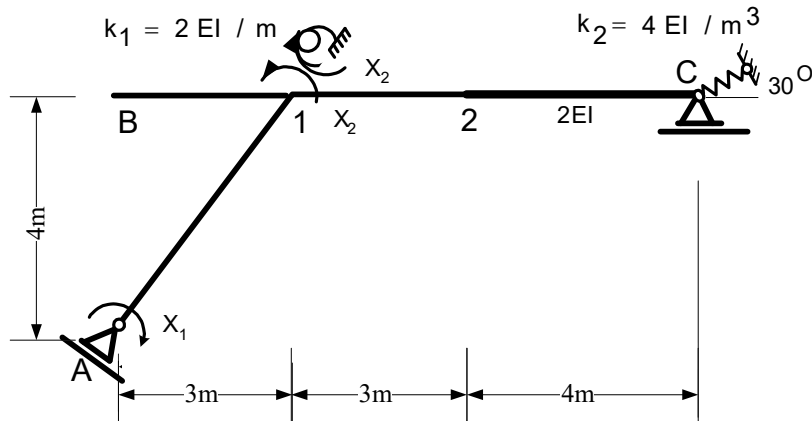
6.2 KONTROLA KINEMATYCZNEJ DOPUSZCZALNOŚCI ROZWIĄZANIA

1) Wyznaczenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu



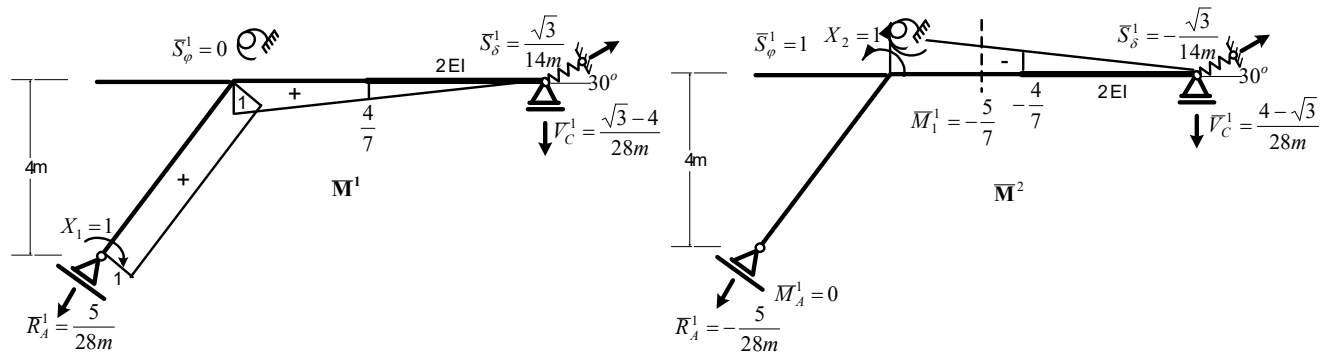
2) Układ podstawowy metody sił bez obciążeń danych

Sily X_1 i X_2 muszą tu być przyjęte z takimi zwrotami jak w rozwiązaniu metodą przemieszczeń.



3) Rozwiązania układu podstawowego metody sił od jednostkowych sił hiperstatycznych

Wartości reakcji i wykresy momentów zginających od obciążenia $X_1 = 1$ $X_2 = 1$ pokazano na rysunkach poniżej.



4) Sprawdzenie kinematycznej zgodności przemieszczeń

$$\text{Wzór: } \Delta_{iF} = \int \frac{\bar{M}^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \sum \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^F}{k_s} \approx \Delta_{i,rz}, \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots$$

Obliczenia:

$$\Delta_{1F} = 0 + \frac{5m}{6EI} \cdot (1 \cdot 3.2076 + 4 \cdot 1 \cdot 1.2076 + 1 \cdot (-4.7924)) \cdot Fm + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(1 \cdot (-2.3832) + 4 \cdot \frac{11}{14} \cdot (-1.0154) + \frac{4}{7} \cdot 0.3525 \right) \cdot Fm +$$

$$+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(\frac{4}{7} \cdot (-0.6475) + 4 \cdot \frac{3}{7} \cdot 0.2643 + \frac{2}{7} \cdot 1.1762 \right) \cdot Fm + \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot 1.1762 + 4 \cdot \frac{1}{7} \cdot 1.0881 + 0 \right) \cdot Fm +$$

$$+ 0 + \frac{\sqrt{3} \cdot (-8.0066F) \cdot m^3}{14m \cdot 4 \cdot EI} = 0 = \Delta_{1,rz},$$

$$\Delta_{2F} = 0 + 0 + \frac{3m}{6EI} \cdot \left(-1 \cdot (-2.3832) + 4 \cdot \left(-\frac{11}{14} \right) \cdot (-1.0154) + \left(-\frac{4}{7} \right) \cdot 0.3525 \right) \cdot Fm +$$

$$+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(-\frac{4}{7} \cdot (-0.6475) + 4 \cdot \left(-\frac{3}{7} \right) \cdot 0.2643 + \left(-\frac{2}{7} \right) \cdot 1.1762 \right) \cdot Fm +$$

$$+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(-\frac{2}{7} \cdot 1.1762 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{7} \right) \cdot 1.0881 + 0 \right) \cdot Fm + \frac{1 \cdot (-5.4092) Fm \cdot m}{2 \cdot EI} + \frac{-\sqrt{3} \cdot (-8.0066F) \cdot m^3}{14m \cdot 4 \cdot EI} = 0 = \Delta_{2,rz}.$$

.Otrzymane rozwiązanie jest, więc kinematycznie dopuszczalne..